2 Las preferencias de los consumidores y su representación

2.1. INTRODUCCIÓN

Un aspecto fundamental en microeconomía es analizar la génesis de los mercados como mecanismos para asignar los recursos económicos. ¿Qué es lo que da lugar a la demanda de mercado de un producto? ¿Qué es lo que origina la oferta de ese producto? ¿Cómo interaccionan la demanda y la oferta que definen cualquier mercado? Estas son las cuestiones básicas que queremos analizar en este libro. Para ello, empezamos estudiando cómo las unidades económicas básicas que componen la sociedad (consumidores, empresas, gobierno, etc.) toman sus decisiones eligiendo entre las opciones de un conjunto de alternativas disponibles. Las alternativas pueden ser, por ejemplo, diversas cestas de consumo, distintas combinaciones de factores de producción, una serie de candidatos a los que votar, diversos niveles de provisión de un bien público, diferentes empleos a los que optar, etc. En el caso particular de que los agentes actúen como consumidores, las alternativas entre las que deben elegir son cestas formadas por cantidades de los diversos bienes de consumo y la teoría postula que cada consumidor trata de adquirir (demandar) la cesta óptima.

En este capítulo, y en los siguientes, consideramos que cualquier persona, en función de sus preferencias, es capaz de determinar si una cesta de bienes cualquiera A le gusta más, menos o igual que otra cesta diferente B. Esto equivale a decir que prefiere la cesta A a la B, prefiere la cesta B a la cesta A o se muestra indiferente entre ambas y, por lo tanto, puede ordenar de una de estas formas las diversas cestas de bienes de su conjunto de elección. A partir de aquí veremos cómo se describe formalmente esa relación de preferencias y qué propiedades ha de tener para que pueda ser representada de forma numérica a través de una

© Ediciones Pirámide

función continua (función de utilidad) que a cada cesta de bienes le asigna un número real. Esto último es especialmente importante porque el cálculo numérico es algo con lo que podemos operar de manera sencilla y, si somos capaces de representar el orden de preferencias de forma numérica, podremos trabajar con ellas como si se tratara de números reales. Dicho de otro modo, podemos interpretar el problema de maximización de la utilidad de un individuo como si fuera un problema de maximización condicionada de una función continua en el conjunto definido por la restricción presupuestaria del mencionado individuo o, de forma equivalente, como si fuera un problema de minimización condicionada del gasto con la restricción de alcanzar un determinado nivel de utilidad. Para llevar a cabo este análisis sintetizamos, en la sección 2.2, la teoría relativa al esquema de preferencias individuales y ofrecemos, en la sección 2.3, la práctica configurada por una amplia gama de casos de estudio relacionados con las preferencias de los consumidores.

2.2. LA TEORÍA

Para empezar, necesitamos identificar los objetos sobre los que se definen las preferencias de un determinado consumidor. Estos objetos no son más que las cestas con cantidades de bienes para consumir. Para simplificar al máximo el análisis, supondremos que solo hay dos bienes en la economía para consumir —los bienes 1 y 2—, por lo que las cestas de bienes potencialmente consumibles son listas o vectores del tipo (x_1, x_2), donde x_1 es un número real no negativo que denota la cantidad potencialmente consumible del bien 1, x_2 es un número real no negativo que denota la cantidad potencialmente consumible del bien 2, sin que ambas cantidades puedan ser nulas simultáneamente (condición de subsistencia).[1] Pues bien, al conjunto formado por todos los vectores con estas ca-

[1] Si analizásemos la elección del consumidor en el contexto más general posible, necesitaríamos considerar la lista completa de los bienes que podría consumir, así como la descripción de cuándo, dónde y en qué circunstancias podría obtenerlos. Después de todo, a la gente le preocupa saber cuánta cantidad de bienes tendrá mañana tanto como la cantidad que tiene hoy. Por otra parte, una balsa en medio del océano Atlántico es un bien distinto de una balsa en medio del desierto del Sáhara, un paraguas en un día lluvioso es un bien diferente de un paraguas en un día soleado, una botella de agua en el desierto es un bien distinto de una botella de agua al lado de una fuente... A menudo es útil considerar que un «mismo» bien consumido en dos lugares o circunstancias diferentes equivale a dos bienes distintos, ya que el consumidor puede valorarlo de forma diferente en cada una de esas situaciones.

© Ediciones Pirámide

racterísticas se le llama conjunto o espacio de cestas de consumo. Este conjunto es, formalmente, el definido como

$$\mathbb{X} = \left\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+\right\} \tag{2.1}$$

y, geométricamente, es el cuadrante no negativo del plano $\mathbb{R}^2$. A partir de aquí, el objetivo que nos proponemos es representar las preferencias de un determinado individuo basándonos en la ordenación que haga de las cestas de consumo que contiene el citado conjunto. Para alcanzar este objetivo, asumimos que las preferencias de cualquier consumidor sobre las posibles cestas de consumo están dadas, son estrictamente individuales y la utilidad que obtiene de cada cesta de consumo no es medible cardinalmente. Por lo tanto, la forma que tiene el individuo de comparar una cesta con otra (para poder elegir) será viendo si una cesta le da más, menos o la misma satisfacción que la otra (valoración ordinal); no si le da el doble, el triple o la mitad de satisfacción (valoración cardinal). Es decir, la utilidad (como el dolor, la alegría, la sensación térmica...) es una magnitud medible ordinal y no cardinalmente.

Si tomamos dos cestas (dos vectores) cualesquiera del conjunto de consumo, como por ejemplo $A = \left(x_1^A, x_2^A\right)$ y $B = \left(x_1^B, x_2^B\right)$, podemos definir de la siguiente forma lo que se conoce como relación (binaria) de preferencia débil.

Relación de preferencia (débil). Dadas las cestas A y B, $A \succcurlyeq B$ significa que la cesta A es al menos tan preferida para el individuo como la cesta B (le gusta al menos tanto como la cesta B). Es evidente que la relación binaria de preferencia débil $\succcurlyeq$ lleva implícitas dos relaciones binarias: la relación de preferencia fuerte o estricta ($\succ$) y la relación de indiferencia ($\sim$). Y también es evidente que si el consumidor prefiere una cesta a otra, elegirá la que prefiere si tiene posibilidad de hacerlo.

Para que la relación binaria de preferencia débil sea una relación compatible y manipulable algebraicamente, necesitamos que dicha relación cumpla una serie de propiedades.

1. Completitud. Que la relación de preferencia débil sea completa significa que debe ser aplicable a dos cestas cualesquiera del espacio de consumo $\mathbb{X}$. Dadas dos cestas cualesquiera A y B, nuestro individuo siempre podrá decir si $A \succcurlyeq B$ o bien $B \succcurlyeq A$ o bien las dos cosas al mismo tiempo, $A \succcurlyeq B$ y $B \succcurlyeq A$, en cuyo caso $A \sim B$. De esta forma, no quedan cestas en $\mathbb{X}$ que no puedan compararse entre sí o con otras. (Decir que pueden compararse dos cestas cualesquiera es decir simplemente que el consumidor conoce siempre cuál es su cesta preferida

© Ediciones Pirámide

o si ambas le resultan indiferentes; por lo tanto, siempre es capaz de decidir entre dos cestas.)

2. Reflexividad. Exigir que la relación de preferencia débil sea reflexiva significa que debe ser aplicable a dos cestas cualesquiera en $\mathbb{X}$ que son exactamente iguales (tienen la misma cantidad del bien 1 y la misma cantidad del bien 2), en el sentido de que cualquier cesta es por lo menos tan buena como ella misma. Por lo tanto, para cualquier cesta de consumo A sucede que $A \sim A$ (basta con sustituir, en la propiedad anterior, B por A).

3. Transitividad. Exigir que la relación de preferencia débil sea transitiva significa que debe poder aplicarse a más de dos cestas en $\mathbb{X}$. Formalmente, dadas tres cestas de consumo, A, B y C, si $A \succcurlyeq B$ y $B \succcurlyeq C$, entonces resultará que $A \succcurlyeq C$. Esta hipótesis garantiza que los consumidores son coherentes y que una cesta de consumo no puede pertenecer más que a un grupo de cestas indiferentes. (Si queremos tener una teoría en la que los individuos tomen las «mejores» decisiones, la relación de preferencias debe satisfacer el axioma da transitividad; si no fuese transitiva, podría haber un conjunto de cestas en el que surgiese un comportamiento cíclico y, por lo tanto, ninguna de ellas fuese la mejor.)

4. Continuidad. Que la relación de preferencia débil sea continua significa que dada cualquier cesta A en $\mathbb{X}$ el conjunto configurado con las cestas preferidas a A, $\succcurlyeq A$, y el conjunto configurado con las cestas despreferidas a A, $\preccurlyeq A$, son conjuntos cerrados y, por lo tanto, contienen las cestas que están en sus respectivas fronteras. De forma alternativa, si consideramos una sucesión de cestas, todas ellas al menos tan preferidas como una determinada cesta, y esta sucesión converge a una cesta límite, entonces dicha cesta límite también debe ser al menos tan preferida como la cesta considerada. La idea de la continuidad es que pequeños cambios (en las cestas) provocados por pequeños cambios en las cantidades consumidas de los bienes deben producir pequeños cambios en la utilidad.

5. Monotonicidad. Que la relación binaria de preferencia débil sea monótona significa que una cesta A con más cantidad de un bien que otra cesta B y con no menos cantidad del otro es mejor que B. Formalmente, dada una cesta $A = (x_1^A, x_2^A)$ otra cesta $(x_1^A + \Delta, x_2^A) \succcurlyeq (x_1^A, x_2^A)$ siempre que $\Delta > 0$. (A esto le podemos llamar también no saturación e implica que los productos que se consumen son bienes (no males) y que la gente nunca está saturada de los bienes que consume por grande que sea la cantidad que consuma. Por lo tanto, si la cesta A, teniendo más cantidad de uno de los bienes que otra cesta B, es indiferente a

© Ediciones Pirámide

la cesta B, debe ser porque contiene menos cantidad del otro bien que la cesta B. Ahora bien, esto es sustituibilidad de un bien por otro y, por lo tanto, los conjuntos con las cestas indiferentes entre ellas son decrecientes, en el sentido de que si una cesta contiene más cantidad de un bien que otra indiferente, esta última debe contener más del otro bien.)

6. Convexidad. Que la relación de preferencia débil sea convexa significa que a lo largo de todas las cestas indiferentes entre sí la relación marginal de sustitución del bien 2 por el bien 1 debe ser decreciente a medida que se tiene menos del bien 2. En otras palabras, dadas dos cestas A y B indiferentes entre sí, una cesta que sea combinación lineal de estas dos cestas (y que, por definición, está situada en el segmento que une las cestas A y B) es estrictamente preferida a cualquiera de ellas (convexidad estricta) o indiferente (convexidad débil). La idea de la convexidad estricta es que la cantidad de un determinado bien (como, por ejemplo, el bien 2) que está dispuesto a ceder el consumidor a cambio de una unidad adicional de otro bien distinto (como, por ejemplo, el bien 1) es menor a medida que tiene más cantidad del bien 1. Análogamente, la convexidad débil equivale a que la cantidad de un determinado bien (como, por ejemplo, el bien 2) que está dispuesto a ceder a cambio de una unidad adicional de otro bien distinto (como, por ejemplo, el bien 1) es siempre la misma con independencia de la cantidad que esté consumiendo del bien 1 (y del bien 2).

Si una relación de preferencia satisface las propiedades 1, 2 y 3, decimos que tiene estructura de preorden completo. Si, además, cumple la propiedad 4, esa relación es representable mediante una función de utilidad que asigna un número real a cada cesta de bienes (x_1, x_2)

$$u : (x_1, x_2) \in \mathbb{X} \subset \mathbb{R}^2_+ \rightarrow u\,(x_1, x_2) \in \mathbb{R} \tag{2.2}$$

y que respeta el orden determinado por la relación de preferencia, es decir, $u(A) > u(B)$ si y solo si $A \succ B$, mientras que $u(A) = u(B)$ si y solo si $A \sim B$. Por lo tanto, si una cesta es preferida (indiferente) a otra, el número que la función de utilidad le asigna para traducir ese orden de preferencia es mayor (igual). Los valores de la función de utilidad son totalmente arbitrarios; lo que realmente importa es que respete el orden de preferencia. Técnicamente, decimos que la función (2.2) es única salvo una transformación que preserve el orden de preferencia (transformación monótona creciente).

Un ejemplo ayudará a entender esta propiedad. Consideremos las cestas de bienes A, B, C y D, para las cuales un consumidor muestra unas preferencias

© Ediciones Pirámide

tales que $A \succ B \succ C \sim D$. Veamos si las funciones de utilidad de la tabla 2.1 sirven o no para representar de forma numérica esa relación de preferencias.

Tabla 2.1. Posibles funciones de utilidad para representar numéricamente la relación de preferencia $A \succ B \succ C \sim D$.

Cestas	Número real asignado por distintas funciones de utilidad a cada cesta				
	u	v	w	$f(u)$	$g(u)$
A	3	20	-1	6	-6
B	2	19	-2	4	-4
C	1	0,1	-3	2	-2
D	1	0,1	-3	2	-2

Es evidente que u, v y w son funciones de utilidad distintas, ya que asignan distintos números a las cestas. Ahora bien, todas representan correctamente las preferencias indicadas. Nótese que una función de utilidad que asigne valores negativos a las cestas (como ocurre con la función w) también sirve para representar la mencionada relación de preferencias. Y, evidentemente, existen no solo estas tres, sino infinitas funciones de utilidad o formas numéricas de representar las mencionadas preferencias, dadas por todas las posibles transformaciones monótonas crecientes, las cuales también son funciones de utilidad y representan las mismas preferencias que la función de utilidad original. Por ejemplo, la transformación monótona creciente de u dada por $f(u) = 2u$, sirve perfectamente para representar las mismas preferencias que la función u.[2] En cambio, la transformación dada por $g(u) = -2u$ no sirve porque es una transformación decreciente de u e invierte el orden de preferencia de las cestas descrito por u. Por lo tanto, $g(u)$ no sirve como función de utilidad para representar numéricamente las preferencias indicadas.

Por último, aunque los supuestos 5 y 6 no son necesarios para poder representar las preferencias individuales mediante una función de utilidad (como sí son los axiomas 1-4), permiten analizar la elección del consumidor como si fuera un problema de cálculo (en particular, un problema de maximización o minimización condicionada). En efecto, si la relación de preferencias cumple la propiedad 5, la función de utilidad definida en (2.2) que la representa es monótona

[2] La función $f(u) = u^2$ también es una transformación monótona creciente, pero solo si los valores de u son positivos. Si son negativos, la transformación que haría de estos valores no sería creciente, sino decreciente.

© Ediciones Pirámide

creciente y si también cumple el supuesto 6, entonces la función de utilidad dada en (2.2) es cuasicóncava o, lo que es lo mismo, las curvas de nivel o curvas de indiferencia (CI) son convexas.

Ni que decir tiene que no todas las preferencias cumplen la mencionada lista de supuestos. Por ejemplo, hay preferencias como las *lexicográficas* que no verifican el axioma de continuidad y, como consecuencia, no existe función de utilidad que las represente.[3] Asimismo, hay preferencias que no son convexas y que, por lo tanto, no admiten una función de utilidad cuasicóncava como descripción numérica de ellas. Otro caso en el que no existe una función de utilidad capaz de representar las preferencias es el de los bienes discretos, porque se incumple el supuesto de continuidad.

Volvamos al principio. La utilidad puede ser definida como la mejor o peor satisfacción de las necesidades cuando se consumen bienes y servicios para ello o, lo que es lo mismo, como el beneficio que proporciona el consumo de bienes. Por eso, una cesta de bienes A que proporcione más utilidad que otra cesta B es preferida a esta. La utilidad es un concepto *ordinal*, ya que da igual que la cesta A proporcione el doble o el triple de utilidad que la cesta B para que sea preferida a esta; lo único que realmente importa es que proporcione más utilidad. Cuanta más es algo irrelevante.

¿Cuál es la diferencia entre cardinalidad y ordinalidad? Un sistema de números es *ordinal* si lo que traduce es la clasificación de los números de mayor a menor y es *cardinal* si lo que traduce es la magnitud de los números. Por ejemplo, Elaine Thompson-Herah, Shelly-Ann Fraser-Pryce y Shericka Jackson fueron primera, segunda y tercera en la prueba de velocidad de 100 metros de las Olimpiadas de Tokyo de 2021. Las posiciones primera, segunda y tercera son números ordinales: informan de que Thompson-Herah ganó a Fraser-Pryce y a Jackson, pero no revelan si fue el 1 %, el 10 % o el 30 % más rápida. Los tiempos reales de la final fueron 10,61 segundos para Thompson-Herah, 10,74 segundos para Fraser-Pryce y 10,76 segundos para Jackson. Estos números son cardinales. En definitiva, el ranking indica el orden de llegada a la meta, mientras que las magnitudes muestran el margen con el que cada una de las velocistas ganó sobre la siguiente.

Pues bien, cuando comparamos dos o más cestas de bienes en términos de utilidad, lo que importa es el ranking de utilidades; la magnitud de los números es irrelevante. Esto es importante porque un consumidor puede tener, por ejemplo,

[3]Véase la práctica 2.12.

© Ediciones Pirámide

la siguiente función de utilidad

$$u\left(x_1, x_2\right) = -\frac{10}{\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}+2\right)^5} \tag{2.3}$$

y resolver el problema de este consumidor con la función de utilidad (2.3) resulta algebraicamente engorroso. Sin embargo, que la función de utilidad sea ordinal hace posible que, por ejemplo, podamos utilizar la función de utilidad

$$v\left(x_1, x_2\right) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \tag{2.4}$$

en lugar de (2.3), ya que $v(\cdot)$ mantiene el mismo orden de preferencia de las cestas que la función de utilidad (2.3). En consecuencia, el consumidor hará las mismas elecciones si manipulamos la función de utilidad (2.4) que si manipulamos la función de utilidad (2.3). Esto es especialmente útil, ya que es mucho más simple resolver el problema con $v(\cdot)$ que con $u(\cdot)$. Técnicamente, decimos que la función $v(\cdot)$, dada en (2.4), es una transformación monótona creciente de la función $u(\cdot)$ definida en (2.3).[4]

Una vez asumido el contenido ordinal de la función de utilidad, establecemos que la utilidad es creciente con el consumo (monotonía), alcanza un nivel máximo (punto de saturación) y disminuye si se supera ese nivel de consumo. Por lo tanto, el intervalo de consumo racional es aquel en el que no se llega a la saturación. Por otra parte, definimos la utilidad marginal como el incremento que se produce en la utilidad (total) debido al consumo de una pequeña cantidad adicional del bien (que podemos interpretar como una unidad adicional más, pero en rigor es una cantidad adicional infinitesimalmente pequeña o cantidad marginal), permaneciendo constante la cantidad que se consume de todos los demás bienes. La utilidad marginal es decreciente: al aumentar la cantidad consumida de un bien, la utilidad que proporciona es mayor (por eso, más cantidad de un bien es preferida a menos), pero cada incremento marginal en el consumo del bien mejora la utilidad menos que el incremento marginal anterior. En términos de utilidad marginal, el intervalo de consumo racional es aquel en el que la utilidad marginal es estrictamente positiva, ya que el punto de saturación coincide con el de utilidad marginal nula.

Lo que sabemos hasta ahora es que siendo dos los bienes objeto de consumo (los bienes 1 y 2), la función de utilidad que representa las preferencias sobre cestas del tipo (x_1, x_2) transforma cada cesta en un número real, $u(x_1, x_2)$, que

[4] O, alternativamente, es una transformación monótona creciente de v.

© Ediciones Pirámide

indica la valoración de esta cesta. Por lo tanto, la función de utilidad relaciona tres variables (la cantidad consumida de cada uno de los dos bienes y la utilidad asociada a ese consumo) y se puede dibujar en un espacio tridimensional como se hace en la figura 2.1, en la que convenimos que la utilidad es cero cuando no se consume nada de ningún bien y a partir de ahí aumenta al incrementarse la cantidad que se consume de uno de los bienes (y la del otro permanece constante) o de los dos simultáneamente. Entonces, cuando se consumen determinadas cantidades de los bienes con las que se llega al llamado punto de saturación, la utilidad empieza a disminuir si seguimos consumiendo por encima de esas cantidades porque los bienes se convierten en males.

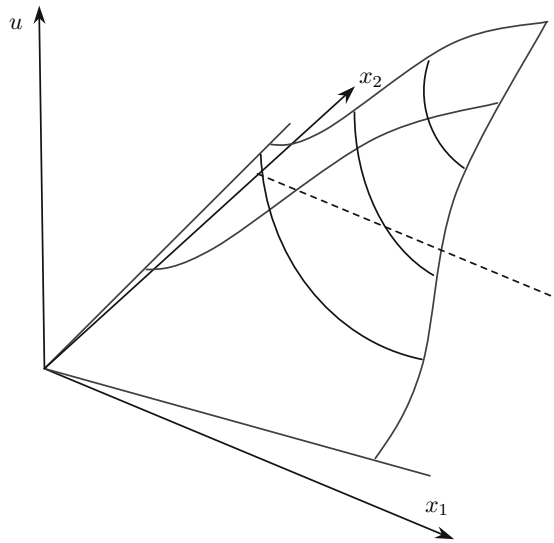

Figura 2.1. La función de utilidad en el caso de dos bienes.

Una forma de «visualizar» la función de utilidad representada en la figura 2.1 es coger una naranja, cortarla por la mitad como si fuésemos a exprimirla para hacer un zumo, colocar una de esas mitades encima de una mesa como si fuese un paraguas abierto y coger un cuarto de esa media naranja cortando desde donde cuelga del naranjo hasta la base más ancha. No se dibujan los otros tres cuartos de la media naranja porque en ellos la utilidad disminuiría al aumentar las cantidades consumidas de uno de los bienes o de los dos conjuntamente, razón por la cual no estaría garantizado que ambos fuesen realmente bienes.

© Ediciones Pirámide

En la figura 2.1 se puede observar que si no se consume nada de los bienes la utilidad es cero o, lo que es lo mismo, que la altura de la montaña o de la media naranja es cero. Luego, a medida que aumenta la cantidad consumida de alguno de los bienes, o de los dos, empezamos a subir por la superficie y ganamos altura en la montaña hasta llegar a la cumbre (punto de saturación).

Supongamos ahora que le hacemos un corte vertical a la montaña o a la media naranja dibujada en la figura 2.1. Como da igual si hacemos el corte paralelamente al eje en el que se mide el consumo del bien 1 o paralelamente al eje en el que se mide el consumo del bien 2, podemos suponer sin mayor pérdida de generalidad que hacemos el mencionado corte a la altura de un determinado nivel de consumo del bien 2 (por lo que se trata de un corte paralelo al eje en el que se mide el consumo del bien 1). Tendremos una superficie como la dibujada en la figura 2.2 y en la cual la curva de trazo grueso es la proyección en los ejes de coordenadas (x_1, u) de la de trazo fino.

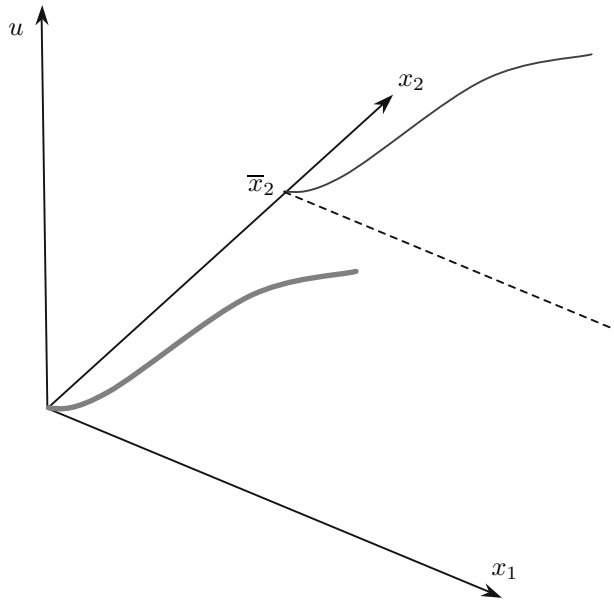

Figura 2.2. La utilidad total del bien 1.

Lo que hemos hecho, en términos matemáticos, ha sido fijar un determinado valor de x_2 en la función de utilidad, tal como $\overline{x}_2$, y después analizar cómo varía la utilidad al variar la cantidad consumida del bien 1 o, lo que es lo mismo, analizar el comportamiento de $u(x_1)$, cuando $x_2 = \overline{x}_2$, es decir, el comporta-

© Ediciones Pirámide

miento de $u(x_1, \overline{x}_2)$. Esta es la utilidad total del bien 1 o, en general, de un bien si solo existiese ese bien en el consumo del individuo (véase la figura 2.3).

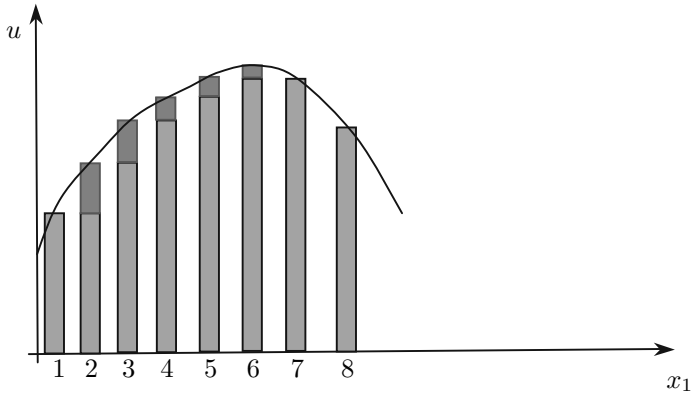

Figura 2.3. Evolución de la utilidad total del bien 1.

Y la pendiente de esa función es lo que llamamos utilidad marginal del bien 1. (Véase la figura 2.4, para el caso en el que aproximamos la idea de utilidad marginal con el incremento en la utilidad que se produce como consecuencia del consumo de una unidad adicional y, por lo tanto, una cantidad discreta y no infinitesimal.)

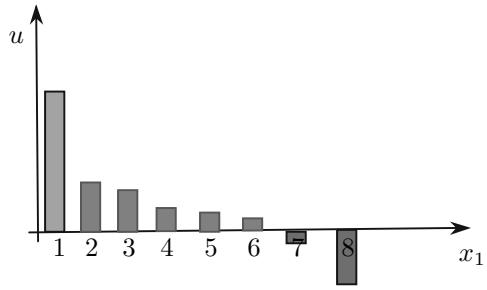

Figura 2.4. La utilidad marginal del bien 1.

La utilidad marginal de cualquier bien es decreciente o, dicho de otra forma, la utilidad que proporciona la última unidad consumida del bien disminuye a medida que se consume más del bien. Por ejemplo, a un individuo sediento en el desierto el primer vaso de agua le proporciona mucha utilidad (quizás le sirva incluso para salvar la vida), el segundo vaso le proporciona una utilidad algo menor y el n-ésimo vaso tal vez le reporte una utilidad negativa si el individuo ya es incapaz de beber más agua y la ingesta de dicho vaso le sienta mal.

© Ediciones Pirámide

Tal como argumentamos en el capítulo 1, el análisis de la elección del consumidor en contextos de varios bienes se puede hacer suponiendo que son dos los bienes que existen. Pero incluso en este caso, la figura 2.1 revela que es difícil llevar a cabo el análisis de la función de utilidad utilizando la representación gráfica, ya que tenemos tres dimensiones. La forma de simplificar el análisis pasa por utilizar los conjuntos de nivel (superficies o curvas de indiferencia). Como es sabido, llamamos curva de indiferencia (CI) al conjunto formado por todas las cestas de bienes que reportan la misma utilidad al consumidor. Pero, ¿de dónde provienen las CI? La respuesta es sencilla: de seccionar horizontalmente la función de utilidad tridimensional de la figura 2.1.

En efecto, al igual que hicimos un corte vertical en la función de utilidad tridimensional de la figura 2.1 también podemos hacer cortes horizontales con un cuchillo o una sierra. En este caso, tenemos «rebanadas» de la montaña o de la media naranja que, si las dejamos caer al «suelo», que no es otra cosa más que el plano de soporte (x_1, x_2), nos proporciona las CI. Así pues, las CI no son más que las proyecciones en el «suelo» en el cual se «apoya» la función de utilidad de las diferentes secciones horizontales de la mencionada función, secciones que indican cada uno de los diferentes niveles de utilidad por estar situadas a diferentes alturas de la función.

Podemos hacer esos cortes a distintas alturas, es decir, a distintos niveles de utilidad, y al dejar caer esas «rebanadas» al «suelo», se ve que las más alejadas del origen de coordenadas en el plano definido por x_1 y x_2 tienen menor diámetro y representan mayores niveles de utilidad que las más próximas al origen porque provienen de niveles más altos en la función de utilidad de la figura 2.1. Matemáticamente, lo que hemos hecho ha sido determinar los valores de x_1 y x_2 para los que $u(x_1, x_2) = \overline{u}$. Si en lugar del «suelo» en que se apoya la función de utilidad tridimensional hablamos del plano (x_1, x_2), entonces la figura 2.5

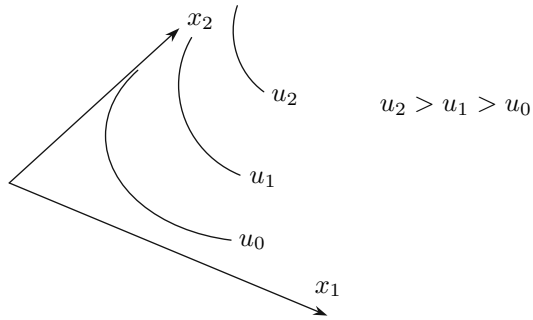

Figura 2.5. Las secciones horizontales en el «suelo».

© Ediciones Pirámide

se convierte en la figura 2.6 donde con la flecha indicamos hacia dónde aumenta la utilidad.

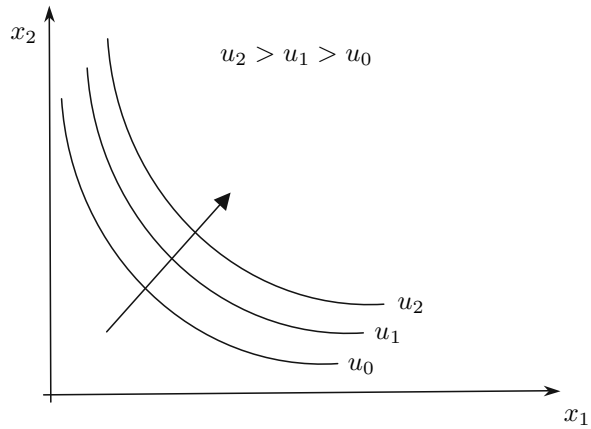

Figura 2.6. Las CI tal como las conocemos habitualmente en el plano.

La pendiente de la CI en cada punto es lo que se llama relación marginal de sustitución o intercambio del bien 2 por el bien 1, RMS_1^2, y mide la cantidad del bien 2 a la que el individuo está dispuesto a renunciar para poder consumir una cantidad adicional (suficientemente pequeña) del bien 1 manteniendo constante su nivel de utilidad. Derivar la expresión de la mencionada RMS no es difícil. A partir de la función que representa una determinada CI, $u(x_1, x_2) = \overline{u}$, si la diferenciamos totalmente resulta

$$\frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_2} dx_2 = 0 \tag{2.5}$$

con lo cual

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_1}}{\frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_2}} \tag{2.6}$$

y dado que $RMS_1^2 = -\frac{dx_2}{dx_1}$, llegamos a que la RMS del bien 2 por el bien 1 se puede expresar como

$$RMS_1^2 = \frac{UMa_1}{UMa_2} \tag{2.7}$$

La RMS_1^2 refleja, pues, la tasa de intercambio de los bienes que exhibe el consumidor de acuerdo con sus preferencias. En general, es decreciente en el sentido

© Ediciones Pirámide

de que cuanta más cantidad consuma del bien 1, menos lo valorará en términos del bien 2. Dicho de otro modo, a medida que consume una mayor cantidad del bien 1 estará dispuesto a renunciar a una cantidad cada vez menor del bien 2 para aumentar el consumo del bien 1 en una cantidad adicional (suficientemente pequeña) y mantener la utilidad constante. Otra propiedad de la RMS del consumidor es que no depende de la forma funcional concreta con la que se represente su orden de preferencias, es decir, la RMS entre bienes derivada de una función de utilidad que sea una transformación monótona creciente de otra función de utilidad es la misma que la RMS derivada de la función de utilidad original.

Al conjunto de CI, cada una reflejando un nivel de utilidad distinto, se le llama mapa de CI y este mapa, como es obvio, tendrá un aspecto u otro dependiendo de cómo sean las preferencias. Veamos algunos ejemplos de funciones de utilidad para representar diversos tipos de preferencias y la forma que tienen los correspondientes mapas de CI.

Función de utilidad lineal o de sustitución perfecta. Este caso describe una situación en la que la utilidad marginal de cada bien no depende de la cantidad consumida de ese bien ni de la cantidad consumida del otro. Bienes sustitutivos perfectos pueden ser los bolígrafos de color negro y los de color azul (si lo único que importa es que escriban), dos billetes de 5 € y uno de 10 € (si lo único que importa es la cantidad total de dinero), los clips y las grapas (si lo que importa es unir los folios de un informe), etc. Por lo tanto, la función de utilidad que describe las preferencias sobre bienes sustitutivos perfectos es

$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 \tag{2.8}$$

donde $a, b > 0$ son parámetros. La utilidad marginal de ambos bienes es constante sea cual sea el nivel de consumo de los bienes y la RMS_1^2, o cociente de utilidades marginales, es $RMS_1^2 = a/b$, por lo que las CI son líneas rectas decrecientes de pendiente $-a/b$, es decir, constante e independiente de las cantidades consumidas de cada uno de los bienes. Es evidente que funciones que sean transformaciones monótonas crecientes de (2.8) también son válidas para representar preferencias hacia bienes sustitutivos perfectos, por lo que también darán lugar a la misma tasa marginal de sustitución entre los bienes. Por ejemplo, $u(x_1, x_2) = (ax_1 + bx_2)^{1/2}$, $u(x_1, x_2) = \ln(ax_1 + bx_2)$, etc.

Si representamos gráficamente la función de utilidad dada en (2.8) en el caso particular de que $a = b = 1$ y restringimos los valores del consumo de los bienes 1 y 2 a los intervalos $0 \leqslant x_1 \leqslant 10$ y $0 \leqslant x_2 \leqslant 10$, respectivamente, llegamos a la figura 2.7

© Ediciones Pirámide

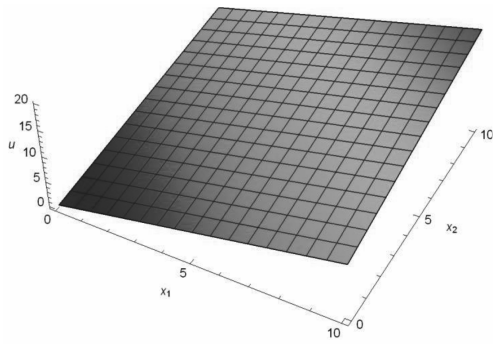

Figura 2.7. La función de utilidad de bienes sustitutivos perfectos.

y las correspondientes CI de esta función de utilidad son las que aparecen representadas en la figura 2.8.

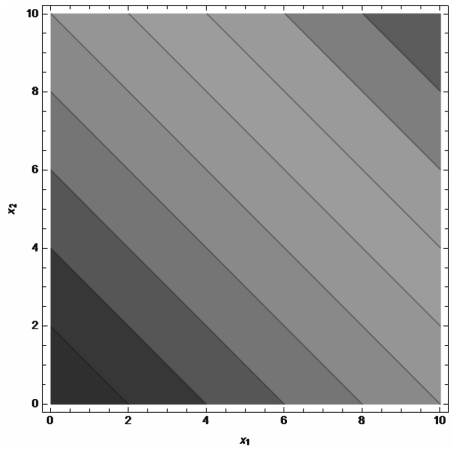

Figura 2.8. El mapa de CI en el caso de bienes sustitutivos perfectos.

Función de utilidad Leontief o de proporciones fijas. Como su nombre indica, en este caso el consumidor valora el consumo de los bienes siempre y cuando las cantidades consumidas de cada uno guarden una determinada proporción fija. El ejemplo típico de estas preferencias es el de los bienes que se consumen conjuntamente como los zapatos, los calcetines, el coche y la gasolina, la crema solar y la toalla, el portátil y el cañón de video, los esquís y las gafas de nieve, etc. Nadie le da valor a un zapato derecho a no ser que tenga también el izquierdo; y si ya tiene un par de zapatos, no valora un segundo zapato derecho a no ser que

© Ediciones Pirámide

venga acompañado de un segundo zapato izquierdo con el que formar otro (el segundo) par. La función de utilidad que representa estas preferencias es de la forma

$$u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\} \tag{2.9}$$

donde, por ejemplo, en el caso de los zapatos o los calcetines, $a = b$. La función de utilidad es la que se representa gráficamente en la figura 2.9.

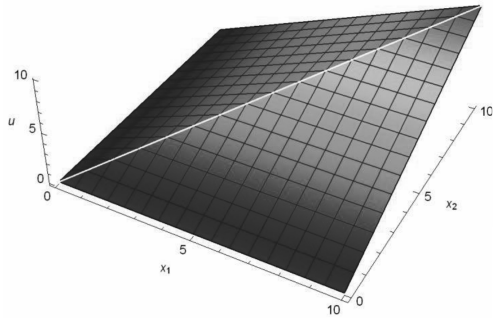

Figura 2.9. Función de utilidad de bienes complementarios perfectos $(a = b = 1)$.

Es inmediato comprobar que la utilidad cuando $x_1 = 1$ y $x_2 = 2$ es la misma que cuando $x_1 = 1$ y $x_2 = 1$. Las CI de la función de utilidad (2.9) tienen, pues, forma de «ele», tal como se muestra gráficamente en la figura 2.10.

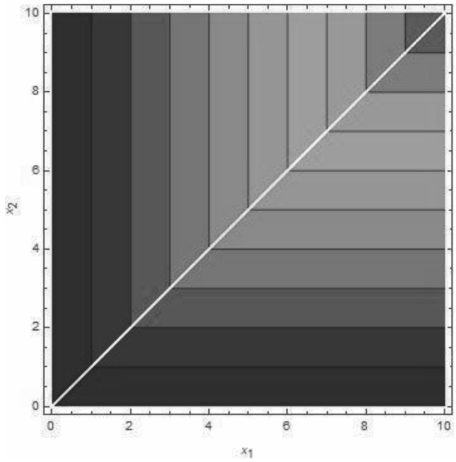

Figura 2.10. El mapa de CI de la función de utilidad de bienes complementarios perfectos $(a = b = 1)$.

© Ediciones Pirámide

Claro que no tiene por qué ser siempre $a = b$ y, mucho menos, $a = b = 1$. Si, por ejemplo, el bien 1 denota café, el bien 2 denota donuts y las preferencias del individuo son tales que siempre toma un café acompañado de dos donuts, entonces

$$u(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\} \tag{2.10}$$

es la función de utilidad que representa de forma numérica dichas preferencias.

Función de utilidad Cobb-Douglas (o de bienes que son sustitutivos imperfectos o, lo que es lo mismo, complementarios imperfectos). Esta función de utilidad es muy utilizada porque es muy sencillo operar con ella. Da lugar a CI que son estrictamente convexas y no tocan a ninguno de los ejes en los que se representan las cantidades consumidas de bienes (es decir, se trata de CI que son hipérboles asintóticas a los ejes). Por lo tanto, queda garantizado que la solución del problema de optimización condicionada del consumidor para llegar a la cesta óptima será interior, con lo cual tiene todo el sentido utilizar la condición de tangencia para caracterizar dicha solución. Las preferencias que se resumen en este tipo de función de utilidad se conocen como preferencias *regulares*, en el sentido de que satisfacen todas las condiciones que hemos impuesto a las mismas. Esta función tiene la forma

$$u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b \tag{2.11}$$

donde $a, b > 0$ son parámetros, estrictamente positivos, que miden la intensidad de las preferencias hacia los bienes 1 y 2, respectivamente, y donde el valor concreto de cada uno de ellos es crucial para analizar el comportamiento de la utilidad marginal de los bienes. En particular, si $a, b < 1$, la utilidad marginal de ambos bienes es decreciente; si $a, b = 1$, es constante; y si $a, b > 1$, es creciente. Sin embargo, la RMS_1^2 es, en todos los casos, decreciente. Por supuesto, cualquier transformación monótona creciente de la función de utilidad dada en (2.11) también será una función de utilidad que representa preferencias Cobb-Douglas.

Las preferencias Cobb-Douglas son la base de unas funciones de demanda tales que el gasto en cada bien es una proporción constante de la renta, independientemente de los precios de los bienes. Así, en el bien 1 siempre se gastará el mismo porcentaje de renta, aunque cambien los precios, y lo mismo sucede con el bien 2. Veremos esto en los capítulos 3 y 4.

A continuación, representamos gráficamente la función de utilidad Cobb-Douglas (y el correspondiente mapa de CI) en tres posibles casos, según los

© Ediciones Pirámide

valores que adopten los exponentes a y b. En particular, cuando dichos valores son tales que $a + b < 1$, la función de utilidad (2.11) es la que se representa gráficamente en la figura 2.11

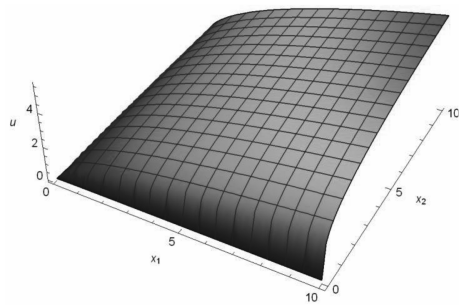

Figura 2.11. La función Cobb-Douglas cuando $a = 1/2$ y $b = 1/4$.

y el correspondiente mapa de CI es el que aparece representado gráficamente en la figura 2.12.

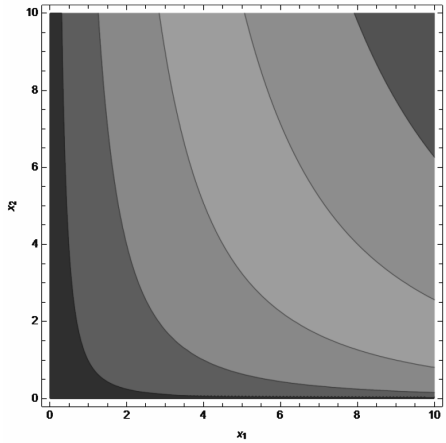

Figura 2.12. El mapa de CI de la función Cobb-Douglas cuando $a = 1/2$ y $b = 1/4$.

A su vez, cuando $a + b = 1$, la función de utilidad Cobb-Douglas (2.11) tiene la forma de la figura 2.13

© Ediciones Pirámide

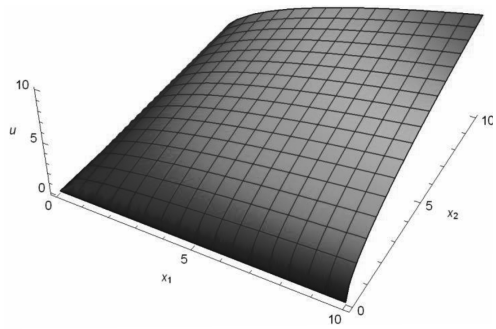

Figura 2.13. La función Cobb-Douglas cuando $a = b = 1/2$.

y las respectivas CI adoptan la forma de la figura 2.14.

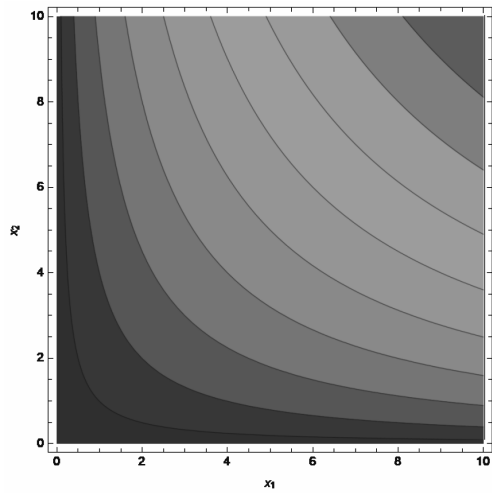

Figura 2.14. El mapa de CI de la función Cobb-Douglas cuando $a = b = 1/2$.

Por último, cuando los valores que adoptan los parámetros son tales que $a + b > 1$, la función de utilidad Cobb-Douglas definida en (2.11) es como la que se representa gráficamente en la figura 2.15

© Ediciones Pirámide

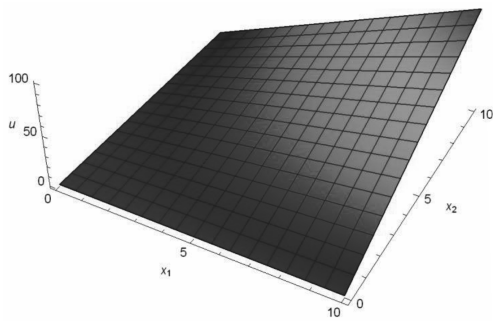

Figura 2.15. La función de utilidad Cobb-Duglas cuando $a = b = 1$.

y el correspondiente mapa de CI es el que aparece representado en la figura 2.16.

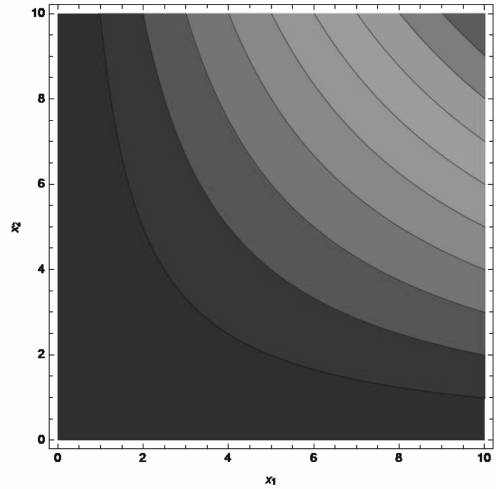

Figura 2.16. El mapa de CI de la función de utilidad Cobb-Duglas cuando $a = b = 1$.

Función de utilidad CES. Las funciones de utilidad de los ejemplos anteriores son *casos particulares* de una función homogénea de grado 1 mucho más general que cualquiera de ellas, conocida como función *CES (constant elasticity of substitution)* que tiene como expresión

$$u(x_1, x_2) = (ax_1^{\alpha} + bx_2^{\alpha})^{\frac{1}{\alpha}} \tag{2.12}$$

y cuya representación gráfica es la que aparece en la figura 2.17 en la cual suponemos que, en particular, $a = b = 1$ y $\alpha = 1/2$.

© Ediciones Pirámide

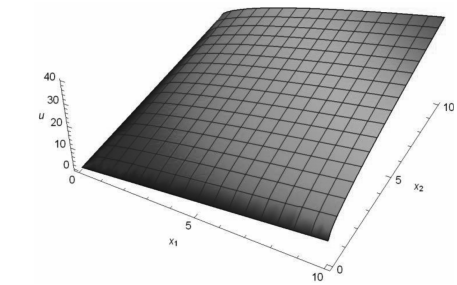

Figura 2.17. Función de utilidad CES $(a = b = 1, \alpha = 1/2)$.

mientras que el correspondiente mapa de CI es el que aparece dibujado en la figura 2.18.

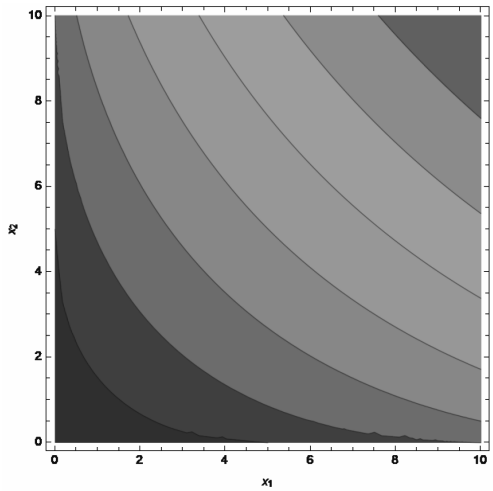

Figura 2.18. El mapa de CI de la función de utilidad CES $(a = b = 1, \alpha = 1/2)$.

De la función (2.12) se derivan las tres anteriores. En particular, la función de utilidad lineal no es más que la función CES cuando $\alpha = 1$, la Leontief es el límite de una CES cuando $\alpha \to -\infty$ y la Cobb-Douglas es el límite de una CES cuando $\alpha \to 0$.

Preferencias aditivas. Las preferencias aditivas son las representadas por la función de utilidad

$$u(x_1, x_2) = u_1(x_1) + u_2(x_2) \tag{2.13}$$

y la propiedad fundamental de estas preferencias es que la utilidad marginal de cada uno de los bienes $i, i = 1, 2$, solo depende de la cantidad consumida

© Ediciones Pirámide

del mismo y no de la cantidad consumida del otro. Como resultado, la relación marginal de sustitución del bien 2 por el bien 1 es igual a

$$RMS_1^2 = \frac{u_1'(x_1)}{u_2'(x_2)} \tag{2.14}$$

Por ejemplo, si en (2.13) suponemos que, en particular, $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \ln x_2$, entonces la utilidad marginal de cada bien es independiente de la cantidad consumida del otro bien, la relación marginal de sustitución es $RMS_1^2 = \frac{x_2}{2\sqrt{x_1}}$ y la representación gráfica de esta función de utilidad es la que aparece en la figura 2.19.

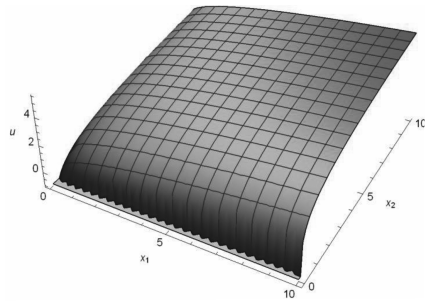

Figura 2.19. Preferencias aditivas.

Por último, el mapa de CI es el que se muestra en la figura 2.20.

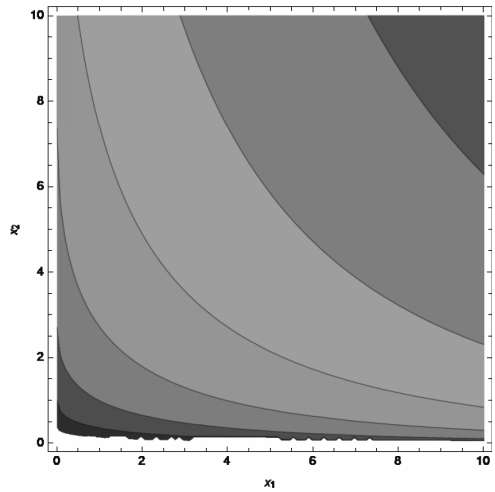

Figura 2.20. El mapa de CI que representa preferencias aditivas.

© Ediciones Pirámide

Otro ejemplo. Si suponemos que $u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$, tenemos preferencias aditivas y la utilidad marginal de cada bien, $u_i'(x_i) = 2x_i$, $i = 1, 2$, es creciente en la cantidad consumida del mismo.[5] Además, estas preferencias (preferencias por adicciones) son cóncavas, ya que la RMS es creciente en x_1 a lo largo de una CI. En efecto,

$$RMS_1^2 = \frac{u_1'(x_1)}{u_2'(x_2)} = \frac{x_1}{x_2} \tag{2.15}$$

y como la ecuación de una CI viene dada por $x_1^2 + x_2^2 = u$ o, lo que es lo mismo, por

$$x_2 = \sqrt{u - x_1^2}, \tag{2.16}$$

basta insertar (2.16) en (2.15) para obtener

$$RMS_1^2 = \frac{u_1'(x_1)}{u_2'(x_2)} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1}{\sqrt{u - x_1^2}} \tag{2.17}$$

y es evidente que esta expresión es creciente en x_1.

Las funciones de utilidad dadas en (2.8)-(2.13) son todas ellas homotéticas, en el sentido de que la correspondiente RMS depende solo del cociente entre las cantidades consumidas de los dos bienes y no de las cantidades absolutas de cada uno de ellos. Que las preferencias de un consumidor solo dependan del cociente entre las cantidades de los bienes significa que si el consumidor prefiere la cesta $\left(x_1^A, x_2^A\right)$ a la cesta $\left(x_1^B, x_2^B\right)$, entonces también prefiere la cesta $\left(kx_1^A, kx_2^A\right)$ a la cesta $\left(kx_1^B, kx_2^B\right)$, donde k es una constante positiva.

Por el contrario, las preferencias cuasilineales son preferencias no homotéticas. ¿Qué quiere decir esto?

Preferencias cuasilineales. Las preferencias son cuasilineales con respecto a un determinado bien (que podemos llamar numerario y, en el caso particular de que sea el bien 2) cuando las CI a las que dan lugar son paralelas entre sí y la pendiente de todas ellas es la misma a lo largo (no de un radio-vector que parte del origen, como sucede cuando se trata de preferencias homotéticas), sino de una recta vertical en el espacio $x_1 \perp x_2$.[6] En el caso de dos bienes, la función de

[5] Podríamos imaginar, por ejemplo, que el consumidor es adicto a cada uno de estos bienes.

[6] Si el numerario fuese el bien 1, la igualdad de la pendiente de las diversas CI se produciría a lo largo de una recta horizontal.

© Ediciones Pirámide

utilidad cuasilineal es

$$u(x_1, x_2) = f(x_1) + x_2 \tag{2.18}$$

y donde la subfunción f que transforma la cantidad consumida del bien 1 en utilidad es tal que $f'' < 0$ y es la que hace posible la convexidad de las CI. Por lo tanto, la denominación de cuasilineal proviene del hecho de que el bien que juega el papel de numerario entra de forma lineal en la utilidad total (aporta utilidad de forma lineal), mientras que el otro bien contribuye de forma no lineal y, en particular, estrictamente convexa.[7]

La característica fundamental de estas preferencias es que el bien 2 (en general, el bien que se utilice como numerario) es normal, es decir, su consumo aumenta (disminuye) al aumentar (disminuir) la renta, mientras que la cantidad adquirida del bien 1 (en general, el bien que no se tome como numerario) no depende de la renta, siempre que la cantidad adquirida del bien 2 (en general, del numerario) sea estrictamente positiva.[8]

Por ejemplo, si $f(x_1) = \ln x_1$, la representación gráfica de la función de utilidad cuasilineal (2.18) en la que el bien 2 se adopta como numerario es la que aparece reflejada en la figura 2.21

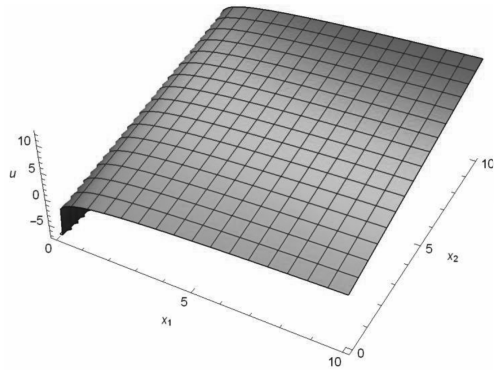

Figura 2.21. Preferencias cuasilineales siendo el bien 2 el numerario.

y el correspondiente mapa de CI es el que se muestra en la figura 2.22.

[7]No debe confundirse con el caso de bienes sustitutivos perfectos en el que todos los bienes entran de forma lineal en la función de utilidad.

[8]En el capítulo 4 veremos con detalle qué quiere decir que un bien sea normal con respecto al nivel de renta del consumidor.

© Ediciones Pirámide

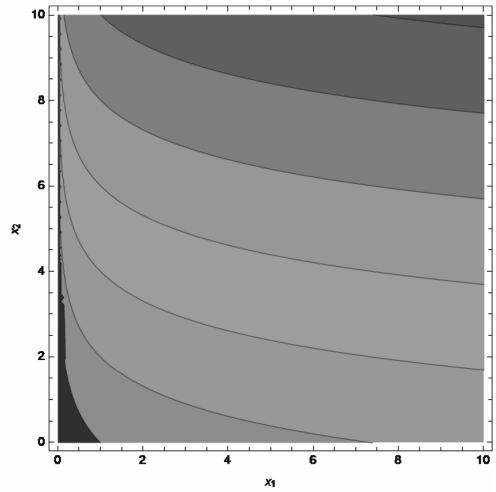

Figura 2.22. El mapa de CI de preferencias cuasilineales siendo el bien 2 el numerario.

Como se puede apreciar en la figura 2.22, las CI, las cuales tienen por expresión $x_2(x_1) = u - \ln x_1$, no tocan al eje en el que se miden las cantidades del numerario (el bien 2), ya que $\lim_{x_1 \to 0} x_2(x_1) = u - (-\infty) = \infty$, pero sí cortan al eje en el que se miden las cantidades del bien que no es el numerario (el bien 1), ya que $x_1 = e^{u-x_2}$ y cuando $x_2 \to 0$, resulta $x_1 = e^u$, el cual es un valor finito.

Si consideramos que la utilidad que proporciona el bien distinto del numerario es cuadrática y, en particular, $f(x_1) = x_1\left(10 - \frac{1}{2}x_1\right)$, entonces la función de utilidad (2.18) es la que se representa gráficamente en la figura 2.23

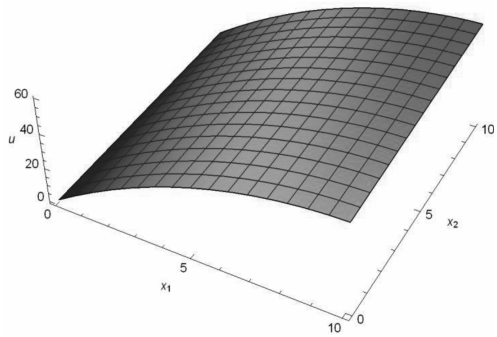

Figura 2.23. Otra función de utilidad cuasilineal con el bien 2 como numerario.

© Ediciones Pirámide

y el correspondiente mapa de CI es el que aparece dibujado en la figura 2.24.

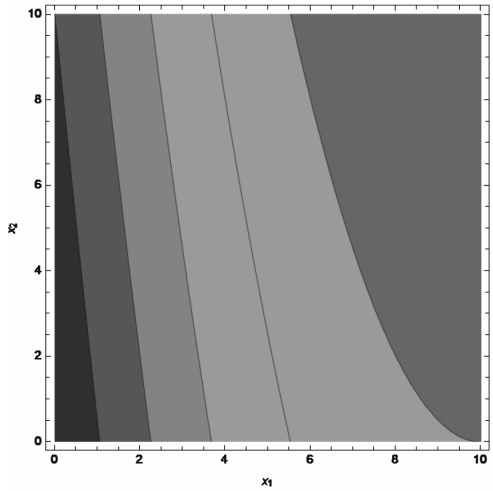

Figura 2.24. El mapa de CI correspondiente a preferencias cuasilineales con el bien 2 como numerario.

Bienes neutrales. Un bien es neutral si al consumidor le da lo mismo consumirlo que no consumirlo, ya que su consumo no aporta utilidad alguna. Si, por ejemplo, a un consumidor le gusta el pescado, pero no las verduras, aunque tampoco le molesta comerlas, entonces para él las verduras son un bien neutral. Por lo tanto, su nivel de utilidad es independiente del consumo de verduras y solo depende del consumo de pescado. Si identificamos el pescado como bien 1 y las verduras como bien 2, la función de utilidad que representaría de forma numérica estas preferencias podría ser

$$u(x_1, x_2) = \ln(x_1 + 2) \tag{2.19}$$

o cualquier transformación monótona creciente de (2.19). La figura 2.25 representa gráficamente esta función de utilidad (2.19).

Por último, las CI correspondientes a la función de utilidad (2.19) serán líneas rectas verticales en el espacio $\{x_1, x_2\}$ y que indican un nivel más elevado de utilidad cuanto más a la derecha estén situadas.

© Ediciones Pirámide

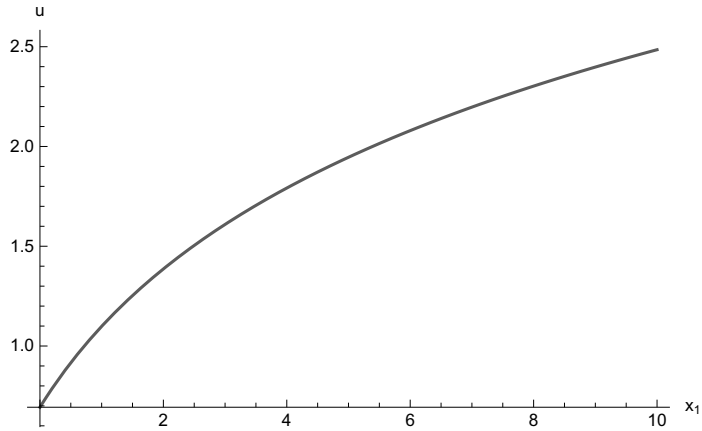

Figura 2.25. La función de utilidad cuando el bien 2 es neutral $(0 \leqslant x_1 \leqslant 10)$.

Males. Un mal es algo que desagrada al consumidor y, por lo tanto, le provoca insatisfacción o desutilidad. La basura, la contaminación, el ruido o el consumo de carne para una persona vegetariana son algunos ejemplos. Consideremos un individuo para quien la mercancía 1 es un bien, mientras que la mercancía 2 es un mal. Dado que CI más alejadas del origen implican mayor consumo del mal, para cada nivel de consumo del bien, lo cual resta satisfacción al individuo, podemos representar su relación de preferencia a través de, por ejemplo,

$$u\left(x_1, x_2\right) = \ln(x_1 + 10) - \frac{1}{100} x_2^2 \tag{2.20}$$

o de cualquier transformación monótona creciente de (2.20). Gráficamente, la función de utilidad dada en (2.20) tiene la forma que se representa en la figura 2.26

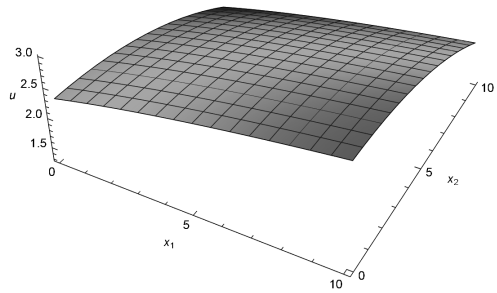

Figura 2.26. Función de utilidad cuando 1 es un bien y 2 es un mal.

© Ediciones Pirámide

y las CI son como las representadas en la figura 2.27.

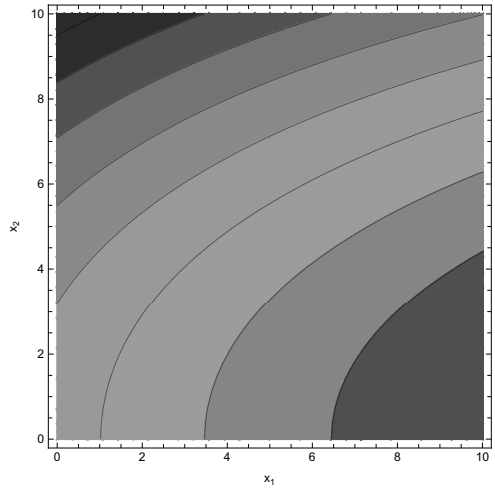

Figura 2.27. El mapa de CI cuando 1 es un bien y 2 es un mal.

Las CI son crecientes porque el consumidor solo aceptará consumir una mayor cantidad del mal si es compensado con una cantidad adicional del bien.

Saciedad. Un punto de saciedad es una cesta de bienes que, globalmente, es la mejor de todas para el consumidor, por lo que cuanto más cerca esté de ella, mayor será su nivel de utilidad. Dado que el consumidor prefiere esta cesta sobre cualquier otra, la correspondiente función de utilidad no siempre es creciente al aumentar la cantidad consumida de los bienes, como sucede cuando no existe punto de saturación. Las CI cuando se trata de preferencias saciadas son círculos concéntricos alrededor del punto de saciedad, por lo que ese punto define cuatro regiones en las que ambas mercancías pueden ser bienes (y, en ese caso, la utilidad aumenta al aumentar el consumo de estas), una puede ser un bien y la otra puede ser un mal (en cuyo caso la utilidad aumenta al incrementarse el consumo de la primera, pero disminuye con la segunda) o las dos pueden ser males (y entonces la utilidad disminuye al aumentar el consumo de cada una de ellas). Una posible función de utilidad que representa preferencias saciadas es la llamada función circular, cuya expresión matemática es

$$u(x_1, x_2) = A - (x_1 - a)^2 - (x_2 - b)^2 \tag{2.21}$$

© Ediciones Pirámide

y presenta un punto de saciedad en el cual el consumidor alcanza la máxima utilidad globalmente. Dado que la ecuación básica de un círculo cuyo centro es el punto o cesta (a, b) es la dada en (2.21), donde los parámetros a y b sitúan el punto de saciedad en el que la función es maximizada con respecto a x_1 y x_2 y el valor máximo de utilidad que se puede conseguir es el parámetro A, la función de utilidad puede ser, por ejemplo,

$$u(x_1, x_2) = 200 - (x_1 - 10)^2 - (x_2 - 10)^2 \tag{2.22}$$

donde el valor 200 denota el máximo nivel de utilidad que se puede alcanzar. Gráficamente, si $0 \leqslant x_1 \leqslant 20$ y $0 \leqslant x_2 \leqslant 20$, la representación gráfica de (2.22) es la que aparece en la figura 2.28

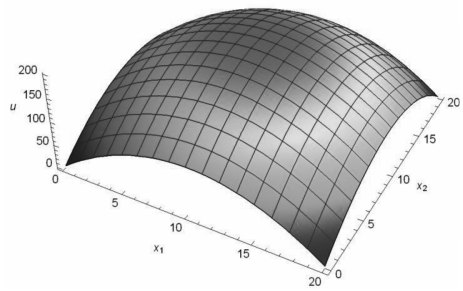

Figura 2.28. Función de utilidad que representa preferencias saciadas.

y el correspondiente mapa de CI es el que aparece representado en la figura 2.29.

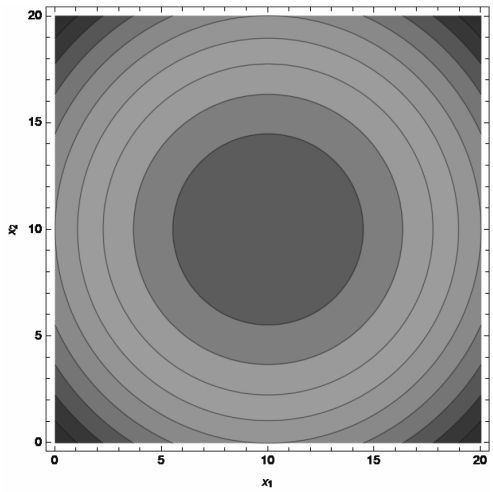

Figura 2.29. El mapa de CI de preferencias saciadas.

© Ediciones Pirámide

Bienes discretos. Cuando hablamos de cantidades consumidas de bienes pensamos en valores de la recta real positiva. Por ejemplo, un consumidor puede adquirir 12,43 litros de leche al mes, aunque la compre por litros. Con todo, a veces queremos examinar las preferencias por algunos bienes que se encuentran de manera natural en unidades discretas o enteras y no continuas. Tomemos, por ejemplo, el caso de los coches. Aunque la demanda de coches se puede definir en función del tiempo que se utiliza un coche, de tal forma que tendríamos una variable continua, en muchos casos lo que interesa puede ser el número natural de coches que se demande.

En la figura 2.30 se representan gráficamente las CI en el caso de bienes discretos y, por lo tanto, que solo se pueden consumir en las cantidades dadas por un número natural. Además, suponemos que una unidad del bien 2 es intercambiable por una unidad del bien 1. Como se puede ver, el mapa de CI es un mapa de puntos de indiferencia, ya que estas preferencias no cumplen el supuesto de continuidad y, por lo tanto, no es posible dibujar CI continuas al no existir cestas fuera de estos puntos.

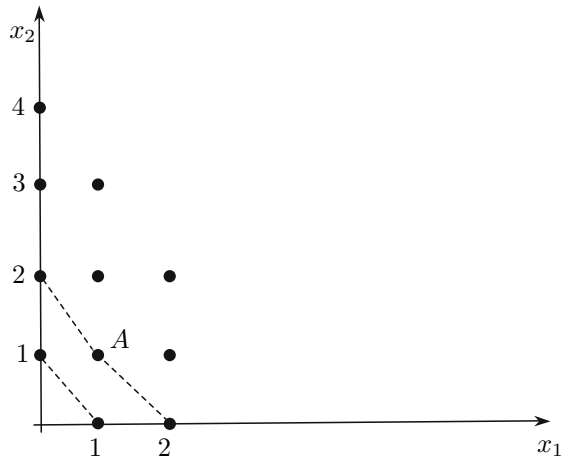

Figura 2.30. Mapa de CI en el caso de bienes discretos.

Destacar o no el carácter discreto de un bien es algo que dependerá de cada caso: si el consumidor elige una cantidad muy reducida del bien durante el período analizado, puede ser importante el reconocimiento del carácter discreto de la elección; si elige una cantidad muy elevada, probablemente resultará preferible interpretarlo como un bien continuo.

© Ediciones Pirámide

2.3. APLICACIÓN DE LA TEORÍA

Práctica 2.1

Dibuje las CI que representan el orden de preferencias de un individuo con respecto al consumo de carne —bien 1— y vegetales —bien 2— en los siguiente casos:

(a) El individuo es vegetariano y puede vivir sin comer carne.

(b) Es vegetariano y rechaza la carne.

(c) Come carne o vegetales, pero nunca los mezcla.

(d) Come carne con vegetales como guarnición.

(e) Le da lo mismo comer carne que vegetales.

(f) Por separado, no come carne ni tampoco vegetales, pero puede tomarlos mezclados.

Respuesta

(a) En este caso, la carne es un producto neutral mientras que los vegetales son un bien, por lo que el correspondiente mapa de CI es como el dado en la figura 2.31.

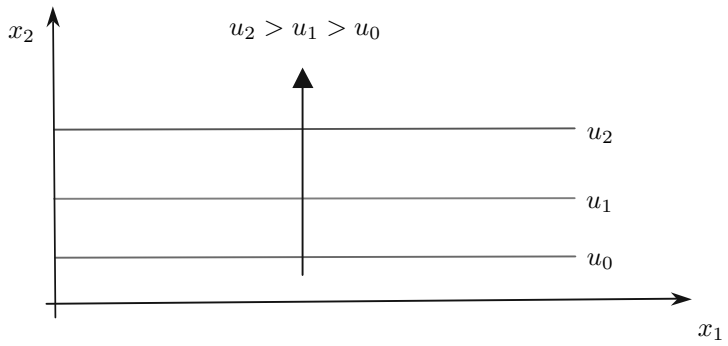

Figura 2.31. Las CI en el caso (a).

(b) Ahora la carne es un mal para el individuo y los vegetales son un bien, por lo que el mapa de CI es como el representado en la figura 2.32.

© Ediciones Pirámide

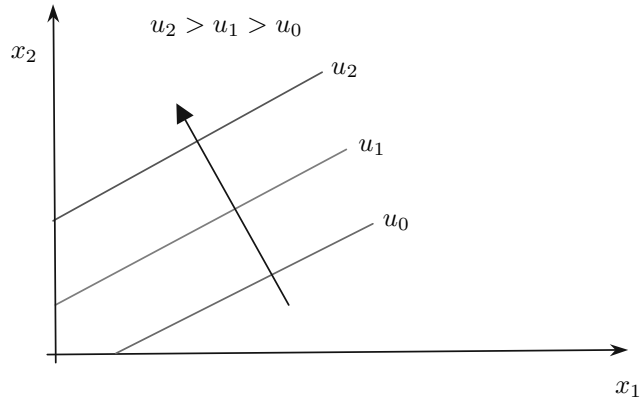

Figura 2.32. Las CI en el caso (b).

(c) En este caso, el individuo tiene preferencias (estrictamente) cóncavas, ya que prefiere el consumo de uno de los productos únicamente (consumir cestas como la A o la B en la figura 2.33) antes que consumir cestas como la C que están formadas por una mezcla de los dos bienes.

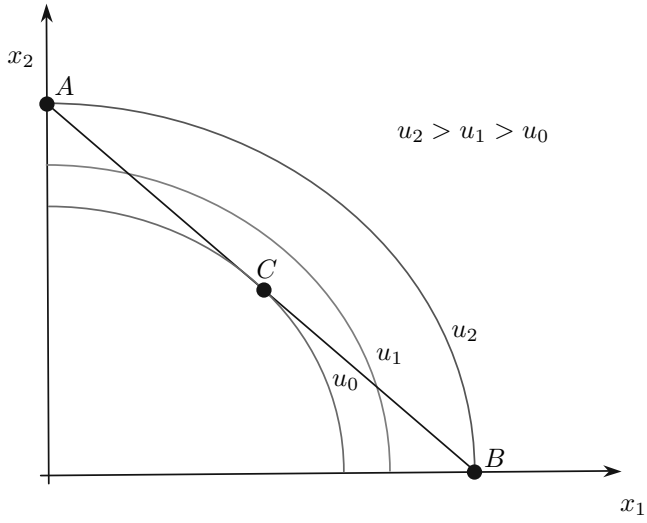

Figura 2.33. Las CI en el caso (c).

(d) Ahora los productos son bienes complementarios perfectos que el consumidor adquiere de forma conjunta y en una determinada proporción. Por

© Ediciones Pirámide

lo tanto, las CI tienen forma de ángulo recto como las representadas en la figura 2.34.

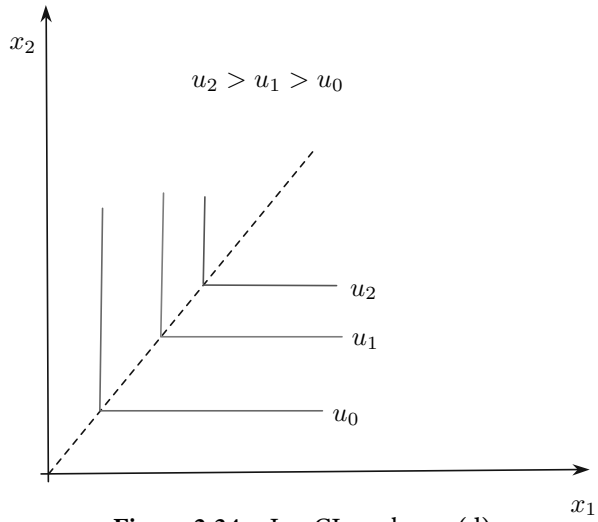

Figura 2.34. Las CI en el caso (d).

(e) Estas preferencias corresponden a bienes sustitutivos perfectos y las CI que las representan son líneas rectas decrecientes. En la figura 2.35 se representan gráficamente algunas de estas CI.

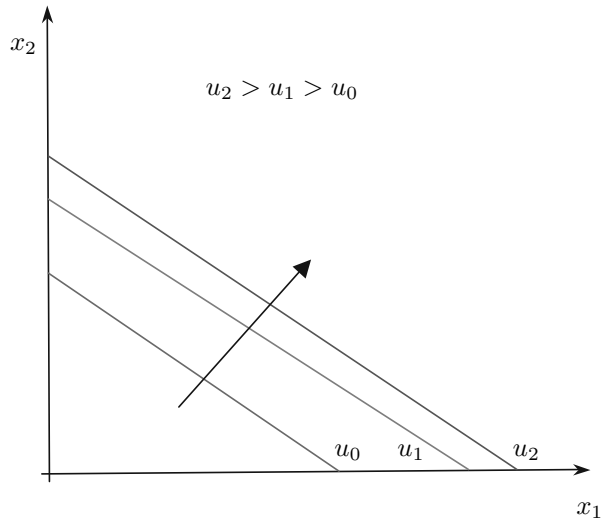

Figura 2.35. Las CI en el caso (e).

© Ediciones Pirámide

(f) En este caso, el individuo está dispuesto a combinar los bienes sin importar la proporción en que los combina; es suficiente con que tenga alguna cantidad de cada uno de ellos. Las correspondientes CI pueden ser curvas decrecientes y asintóticas a los ejes, para descartar la posibilidad de que el consumidor considere cestas de esquina que, de acuerdo con sus preferencias, no desea y para considerar únicamente cestas que contienen cantidades estrictamente positivas de los dos bienes. En la figura 2.36 quedan representadas de forma gráfica unas preferencias de este tipo.

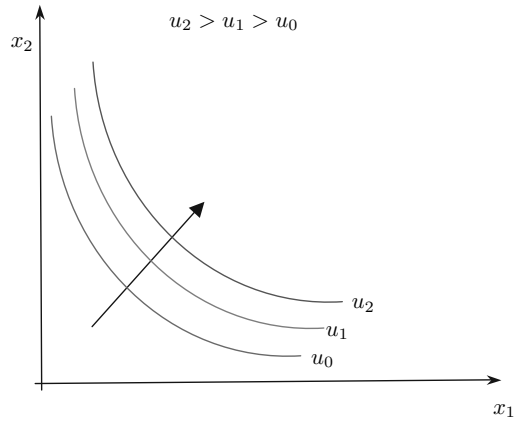

Figura 2.36. Las CI en el caso (f).

■

Práctica 2.2

Un individuo que consume los bienes 1 y 2 se enfrenta a las cestas de consumo $A = (1, 4)$, $B = (2, 3)$ y $C = (3, 2)$.

(a) ¿Son convexas sus preferencias si afirma que $A \sim C$, $C \succ B$ y $A \succ B$?

(b) ¿Lo serían si dijese que $B \succ A$ y $B \succ C$?

Respuesta

(a) Las cestas A y C pertenecen a la misma CI, mientras que la cesta B está situada en una CI de menor índice que la anterior. Por otra parte, la cesta B se puede expresar como la combinación lineal convexa de A y C, dada

© Ediciones Pirámide

por

$$B = \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}C$$

y el orden de preferencias indicado sugiere que el consumidor prefiere las cestas extremas a la cesta intermedia. Por lo tanto, estas preferencias no son convexas, sino estrictamente cóncavas.

(b) Ahora las cestas A y C pertenecen a la misma CI, mientras que la cesta B tiene que estar en una CI situada por encima de la anterior. Las preferencias son, pues, estrictamente convexas. ■

Práctica 2.3

Dibuje las CI que describen cada una de las siguientes preferencias, representando el primer bien en el eje de abscisas y el segundo en el de ordenadas.

(a) A Lucía no le gustan las lentejas y estaría dispuesta a dar algo de dinero con tal de no tener que consumirlas.

(b) A Lola no le importa tomar más o menos agua.

(c) Carlos es muy maniático con los bocadillos de queso, ya que siempre los toma metiendo en cada bollo de pan diez lonchas de queso.

(d) A Pablo le gusta la nocilla, la de color blanco y la de color marrón. Para él la RMS entre una nocilla y la otra no varía con la cantidad que tome de cada una de ellas.

(e) A Marcos le gusta la cerveza, pero si consume mucha le sienta mal.

Respuesta

(a) Para Lucía las lentejas son un mal, por lo que las correspondientes CI tienen una pendiente positiva y creciente. La forma más sencilla de dibujar las CI es identificar hacia qué sentido aumenta la utilidad. Teniendo en cuenta que aumenta hacia arriba y hacia la izquierda basta con dibujar una CI que se ajuste a este patrón en el espacio definido por las flechas . Así llegamos a la figura 2.37.

© Ediciones Pirámide

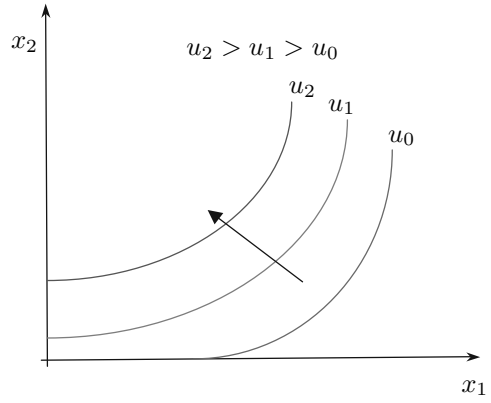

Figura 2.37. Las preferencias de Lucía.

(b) En este caso el bien 2 es el que hace de numerario (dinero) y es evidente que el agua es un bien neutral, por lo que las CI correspondientes son como las representadas gráficamente en la figura 2.31.

(c) Carlos consume los dos bienes en proporciones fijas, por lo que sus CI tienen forma de «ele» (véase la figura 2.32) y la recta que une los codos de todas ellas es $x_2 = 10x_1$.

(d) Las dos nocillas son para Pablo bienes sustitutivos perfectos, por lo que las CI son como las de la figura 2.35 y su pendiente es -1.

(e) La cerveza es un bien para Marcos hasta que consume una determinada cantidad, x_1^*, a partir de la cual se convierte en un mal (bien tóxico o patológico). Las CI son, pues, como las representadas en la figura 2.38.

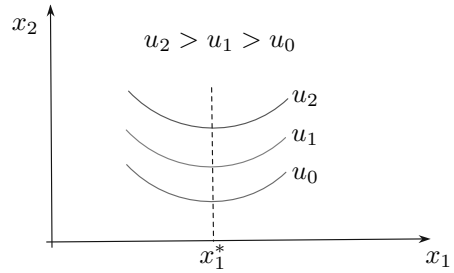

Figura 2.38. Las preferencias de Marcos.

■

© Ediciones Pirámide

Práctica 2.4

Represente gráficamente las CI cuando existe una cesta de bienes que representa un punto de saturación (preferencias saciadas).

Respuesta

Un punto de saciedad o saturación en el consumo es una cesta tal que si nos alejamos de ella en cualquier dirección (aumentando o disminuyendo las cantidades de bienes consumidas) se produce una disminución en la utilidad. Si existe una cesta A que representa un punto de saturación, esa cesta es la preferida *globalmente* y, en consecuencia, las CI son círculos concéntricos alrededor de ella, tal como se ilustra en la figura 2.39. En este caso, la correspondiente función de utilidad no es creciente en todo su dominio; solo es creciente cuando ambos productos son bienes.

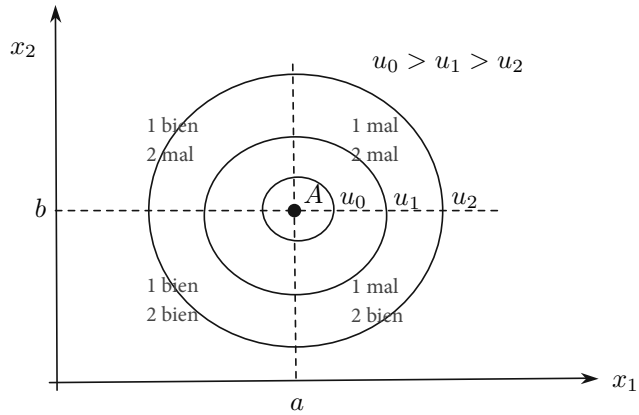

Figura 2.39. Las preferencias cuando existe una cesta que es un punto de saturación.

Dado el punto de saturación A, los dos productos son bienes en el cuadrante SW, en el cual la función de utilidad crece al aumentar la cantidad consumida de cada uno de ellos o de los dos conjuntamente. Sin embargo, en el cuadrante NE del punto A ambos productos se comportan como males y la función de utilidad es decreciente. A su vez, en el cuadrante NW el producto 1 es un bien, mientras que el producto 2 es un mal. Por último, en el cuadrante SE el producto 1 es un mal y el producto 2 es un bien. Estas preferencias pueden representarse numéricamente mediante una función de utilidad circular como la dada en (2.22), que

© Ediciones Pirámide

presenta un máximo global en el punto $A = (a, b)$ y que, por lo tanto, tiene un punto de saturación en la mencionada cesta. ■

Práctica 2.5

¿Por qué la RMS del bien 2 por el bien 1 (o viceversa) es negativa cuando las preferencias cumplen el supuesto de deseabilidad o monotonía?

Respuesta

Consideremos una cesta cualquiera del espacio de consumo, como por ejemplo la cesta $A = (x_1, x_2)$. Es evidente que todas las cestas que están en el cuadrante NE de la cesta A son superiores a A (por monotonía), mientras que las que están en el cuadrante SW son inferiores a A (también por monotonía). Por lo tanto, el conjunto que contiene las cestas indiferentes a A (CI) es necesariamente el que está situado en los cuadrantes NW y SE de A y ese conjunto es decreciente, por lo que la pendiente del mismo es negativa. ■

Práctica 2.6

Si decimos que un consumidor tiene la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$, ¿qué supuestos verifica su relación de preferencias?

Respuesta

Para determinar si verifica o no la completitud basta con tomar dos cestas cualesquiera del conjunto de elección, $A = (a_1, a_2)$ y $B = (b_1, b_2)$, donde a_1, a_2, b_1 y b_2 son números reales no negativos. Para comprobar si la cesta A es superior, inferior o indiferente a la cesta B, comparamos los valores de utilidad que la función de utilidad que tenemos asigna a cada una de ellas. Así, la utilidad de la cesta A es $a_1^{1/2} a_2^{1/2}$ y la utilidad de la cesta B es $b_1^{1/2} b_2^{1/2}$, y estos niveles de utilidad siempre pueden compararse para cualesquiera dos cestas A y B o, lo que es lo mismo, para cualquier conjunto de números a_1, a_2, b_1 y b_2. Por lo tanto, se cumple el supuesto de completitud.

La transitividad se puede comprobar viendo que $A \succ B$ y $B \succ C$ da lugar a $A \succ C$. Para verificar esta implicación, partimos de que $A \succ B$ si y

© Ediciones Pirámide

solo si $a_1^{1/2}a_2^{1/2} > b_1^{1/2}b_2^{1/2}$ y $B \succ C$ si y solo si $b_1^{1/2}b_2^{1/2} > c_1^{1/2}c_2^{1/2}$. Como $a_1^{1/2}a_2^{1/2} > c_1^{1/2}c_2^{1/2}$ (porque a_1, a_2, b_1 y b_2 son números reales), es cierto que $A \succ C$.

La no saturación se cumple siempre que un aumento en la cantidad consumida del bien 1 o del bien 2 produzca un aumento en la utilidad. Dado que la utilidad marginal del bien 1, $\frac{1}{2}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1/2}$, es estrictamente positiva, la utilidad siempre aumentará al consumir un poco más del bien 1 (manteniéndose constante la cantidad consumida del bien 2) y, por lo tanto, no existe ningún punto de saturación. Lo mismo sucede para el bien 2. En consecuencia, las preferencias no están saturadas.

Finalmente, para verificar si se cumple la convexidad estricta, analizamos si la relación marginal de sustitución entre el bien 2 y el bien 1 es estrictamente decreciente. Por definición, $RMS_1^2 = \frac{x_2}{x_1}$, y este cociente disminuye a medida que aumenta x_1 (o, lo que es lo mismo, a medida que se reduce x_2). Entonces el supuesto de convexidad estricta también lo verifica esta relación de preferencias. ■

Práctica 2.7

Represente gráficamente la CI de nivel de utilidad k, $k \in \mathbb{R}$, correspondiente a las siguientes funciones de utilidad.

(a) $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
(b) $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 + x_2}$
(c) $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$
(d) $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, 4x_2\}$
(e) $u(x_1, x_2) = x_1x_2$
(f) $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$
(g) $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

Respuesta

(a) Esta función de utilidad representa preferencias de bienes sustitutivos perfectos. A partir de $k = x_1 + x_2$, se obtiene

$$x_2(x_1) = k - x_1 \tag{2.23}$$

© Ediciones Pirámide

como expresión de la CI de nivel k en el plano (x_1, x_2). Dado que (2.23) es una recta, es suficiente con identificar dos puntos, como por ejemplo $(x_1, x_2) = (0, k)$ y $x_1, x_2) = (k, 0)$, para representarla gráficamente, tal como se hace en la figura 2.40

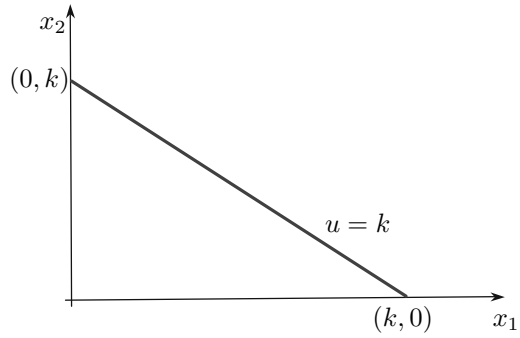

Figura 2.40. La CI de nivel k en el caso (a).

Es fácil ver que la pendiente de esta CI, $\frac{dx_2}{dx_1} = -1$, es constante con el nivel de consumo del bien 1 (y el bien 2).

(b) En este caso, de la expresión $k = \sqrt{x_1 + x_2}$ se obtiene $k^2 = (\sqrt{x_1 + x_2})^2$, es decir, $k^2 = x_1 + x_2$. A partir de aquí, la expresión de la CI de nivel k es

$$x_2(x_1) = k^2 - x_1 \tag{2.24}$$

con lo cual tenemos una recta con pendiente $\frac{dx_2}{dx_1} = -1$. A partir de los (dos) puntos de intersección con los ejes, $(x_1, x_2) = (0, k^2)$ y $(x_1, x_2) = (k^2, 0)$, se puede representar gráficamente la recta de indiferencia (2.24) de forma similar a como se ha hecho en la figura 2.40.

Que la CI (2.24) sea una recta como la (2.23) revela que la función de utilidad dada en (b) representa las mismas preferencias que la dada en (a). Esto se debe a que una es transformación monótona creciente de la otra.

(c) Ahora tenemos $k = \sqrt{x_1} + x_2$, con lo cual

$$x_2(x_1) = k - \sqrt{x_1} \tag{2.25}$$

es la expresión de la CI de nivel k. Ahora ya no es una recta, sino una curva, por lo que no es posible efectuar su representación gráfica a partir de la

© Ediciones Pirámide

identificación de dos de sus puntos. Para representar una curva como la definida en (2.25), es necesario realizar un análisis funcional. En primer lugar, dado que $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{1}{2}x_1^{-1/2} < 0$ y $\frac{d^2x_2}{dx_1^2} = \frac{1}{4}x_1^{-3/2} > 0$, (2.25) es decreciente y estrictamente convexa. Además, $\lim_{x_1\to\infty} x_2(x_1) = k-\infty = -\infty$, lo cual significa que (2.25) carece de asíntota horizontal; de hecho, pasa por el punto $(x_1, x_2) = (k^2, 0)$. A su vez, $\lim_{x_1\to 0} x_2(x_1) = k-0 = k$, por lo que tampoco existe asíntota vertical, sino que la curva pasa por el punto $(x_1, x_2) = (0, k)$. Gráficamente, tenemos la situación representada en la figura 2.41.[9]

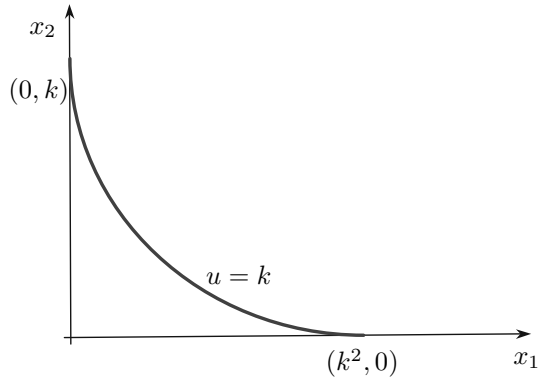

Figura 2.41. La CI de nivel k en el caso (c).

(d) En este caso, las cestas de bienes que reportan el nivel de utilidad k se obtienen como $k = \min\{x_1, 4x_2\}$. Imaginemos que las cantidades consumidas de los bienes son $(x_1, x_2) = \left(k, \frac{k}{4}\right)$ y que la cantidad del bien 2 se mantiene constante en $x_2 = \frac{k}{4}$. Entonces la utilidad de cestas como $(x_1, x_2) = \left(2k, \frac{k}{4}\right)$, $(x_1, x_2) = \left(3k, \frac{k}{4}\right)$ y $(x_1, x_2) = \left(4k, \frac{k}{4}\right)$ es k. Por lo tanto, a partir del punto $(x_1, x_2) = \left(k, \frac{k}{4}\right)$, la recta horizontal

$$x_2 = \frac{k}{4} \tag{2.26}$$

forma parte de la CI. Consideremos ahora que la cantidad consumida del bien 1 se mantiene constante en $x_1 = k$, en cuyo caso la utilidad de cestas

[9] No todas las funciones de utilidad cuasilineal dan lugar a un mapa de CI que cortan a los dos ejes como sucede en la figura 2.41. Por ejemplo, si la función de utilidad fuese $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$, las CI tocarían solo al eje que representa las cantidades del bien 1.

© Ediciones Pirámide

como $(x_1, x_2) = \left(k, \frac{2k}{4}\right)$, $(x_1, x_2) = \left(k, \frac{3k}{4}\right)$ y $(x_1, x_2) = (k, k)$ es k. Por lo tanto, a partir del punto $(x_1, x_2) = \left(4, \frac{k}{4}\right)$, la recta vertical

$$x_1 = k \tag{2.27}$$

también forma parte de la CI de nivel k.

En definitiva, las expresiones (2.26) y (2.27) dan lugar a una CI en forma de «ele» como la representada gráficamente en la figura 2.34, estando situado el codo en el punto $(x_1, x_2) = \left(k, \frac{k}{4}\right)$. Por lo tanto, si consideramos el mapa de CI, los codos de las diversas CI que lo configuran están situados en la recta $x_2(x_1) = \frac{1}{4}x_1$.

(e) En este caso tenemos preferencias Cobb-Douglas y las correspondientes CI tienen forma de hipérbole (rectangular), es decir, son decrecientes, estrictamente convexas y no tienen puntos de corte con los ejes en los que se miden las cantidades de los bienes. Por lo tanto, cuando un consumidor presenta estas preferencias, tenemos garantía de que la cesta óptima (o de equilibrio) nunca estará situada en uno de los ejes, es decir, nunca será un equilibrio de esquina.

(f) Esta función de utilidad genera el mismo mapa de CI que la función de utilidad dada en (e), por cuanto es una transformación monótona creciente de esta y, por lo tanto, comparte sus propiedades económicas.

(g) En este caso, a partir de $k = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$, se obtiene

$$x_2(x_1) = (k - \sqrt{x_1})^2 \tag{2.28}$$

como expresión formal de la CI de nivel k. Es fácil ver que la función dada en (2.28) corta a los ejes en los que se miden las cantidades consumidas de cada uno de los bienes en los puntos $(0, k^2)$ y $(k^2, 0)$, lo cual puede ser interpretado como que ningún bien es «imprescindible» para el consumidor (este podría vivir consumiendo un solo bien). Además, es decreciente porque

$$\frac{dx_2}{dx_1} = 1 - \frac{k}{\sqrt{x_1}} < 0 \text{ para } x_1 < k^2$$

y es estrictamente convexa porque

$$\frac{d^2x_2}{dx_1} = \frac{k}{2}x_1^{-3/2} > 0$$

© Ediciones Pirámide

Gráficamente, la CI definida en (2.28) puede ser representada tal como se hace en la figura 2.42.

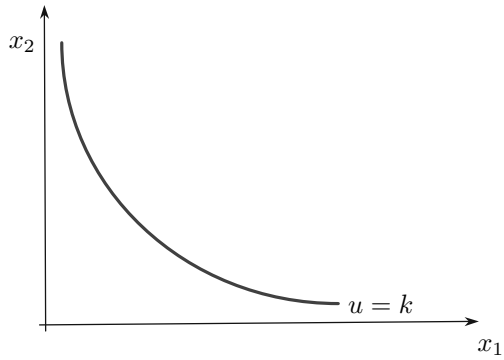

Figura 2.42. La CI de nivel k en el caso (g).

■

Práctica 2.8

Determine cuáles de las siguientes funciones de utilidad representan el mismo orden de preferencias.

(a) $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$
(b) $u(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$
(c) $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
(d) $u(x_1, x_2) = -\frac{1}{x_1 x_2}$
(e) $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$
(f) $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 + x_2}$

Respuesta

Para averiguar si dos o más funciones de utilidad representan o no las mismas preferencias debemos calcular la RMS derivada de cada una de ellas y verificar si coinciden o no. Si coinciden (no coinciden), las correspondientes funciones de utilidad representan (no representan) de manera numérica las mismas preferencias.

(a) En este caso, $RMS_1^2 = \frac{x_2}{x_1}$

© Ediciones Pirámide

(b) Ahora $RMS_1^2 = \frac{2x_2}{x_1}$

(c) En este caso, $RMS_1^2 = 1$

(d) $RMS_1^2 = \frac{x_2}{x_1}$

(e) $RMS_1^2 = \frac{x_2}{x_1}$

(f) En este caso, $RMS_1^2 = 1$

A la vista de los resultados, es evidente que las funciones de utilidad dadas en (a), (d) y (e) representan las mismas preferencias (Cobb-Douglas), y las dadas en (c) y (f) también representan las mismas preferencias (bienes sustitutivos perfectos). ■

Práctica 2.9

Las funciones de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1x_2$, $v(x_1, x_2) = \sqrt{x_1x_2}$ y $z(x_1, x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$ representan las mismas preferencias. ¿Valora el individuo de la misma forma el bien 1 y el bien 2 con independencia de si la función de utilidad que representa sus preferencias es una u otra?

Respuesta

La valoración que un consumidor hace de un determinado bien viene dada por la utilidad marginal que dicho bien le reporta. Así, la utilidad marginal del bien 1 es x_2 si utilizamos la primera función de utilidad, $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ si utilizamos la segunda y $\frac{1}{x_1}$ si utilizamos la tercera. La utilidad marginal del bien 1 cambia, pues, con la función de utilidad que utilicemos. De este modo, el consumidor no valora de la misma forma el bien 1 con una función de utilidad que con otra. Lo mismo sucede con el bien 2.

Otra cosa distinta es la utilidad marginal del bien 1 con respecto a la utilidad marginal del bien 2, esto es, la RMS del bien 2 por el bien 1 (o, alternativamente, la utilidad marginal del bien 2 con respecto a la utilidad marginal del bien 1, esto es, la RMS del bien 1 por el bien 2). Dicha RMS o valoración relativa de los bienes es la misma sea cual sea la función de utilidad que se utilice para representar un determinado orden de preferencias (siempre y cuando sea una transformación monótona creciente). ■

© Ediciones Pirámide

Práctica 2.10

Determine una posible función de utilidad que represente el orden de preferencias de un individuo que:

(a) Se muestra indiferente entre consumir dos litros de leche (bien 1) o tres litros de zumo de naranja (bien 2).

(b) Toma café con leche utilizando siempre dos medidas de café (bien 1) y una medida de leche (bien 2).

(c) Toma café con leche utilizando siempre dos medidas de café (bien 1), una de leche (bien 2) y media de azúcar (bien 2).

(d) Disfruta del descanso (bien 1) cuando no hay ruido (bien 2).

(e) Cada día del mes de agosto va a la playa con independencia de si hace sol o no.

(f) No toma mantequilla (bien 1) ni mermelada (bien 2), pero le gustan los bocadillos de mantequilla con mermelada.

Respuesta

(a) En este caso se trata de bienes sustitutivos perfectos, por lo que la correspondiente función de utilidad es lineal y, concretamente,

$$u(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2$$

o cualquier transformación monótona creciente de la misma.

(b) En este caso, los bienes son complementarios perfectos, por lo que la función de utilidad que representa las preferencias hacia ellos es de tipo Leontief y, concretamente,

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, 2x_2\}$$

o cualquier transformación monótona creciente de la misma.

(c) En este caso, los bienes son complementarios perfectos, igual que en el caso (b), con la única diferencia de que ahora son tres los bienes que se consumen de forma conjunta y no dos como antes. La función de utilidad que representa las preferencias sobre ellos es

© Ediciones Pirámide

$$u(x_1, x_2, x_3) = \min\{x_1, 2x_2, 4x_3\}$$

o, como siempre, cualquier transformación monótona creciente.

(d) El ruido es un mal, por lo que una función de utilidad podría ser

$$u(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_2}$$

en la que, efectivamente, la utilidad marginal del ruido, $-\frac{x_1}{x_2^2}$, es negativa, mientras que la del descanso es $\frac{1}{x_2}$ (positiva) y disminuye al aumentar la cantidad de ruido.

(e) En este caso, el bien 2 es un bien neutral para el consumidor, por lo que una posible función de utilidad es

$$u(x_1, x_2) = a \ln x_1$$

donde el parámetro a es cualquier valor positivo.

(f) En este caso, el individuo está dispuesto a combinar los bienes, sin que le importe la proporción en la que los combina, ya que basta con que exista alguna cantidad de cada uno de ellos. Las CI son, pues, decrecientes y no cortan a ninguno de los ejes, para no considerar esquinas en las que tendríamos cestas con una cantidad de mantequilla y nada de mermelada o cestas con una cantidad de mermelada y nada de mantequilla, pero sí se consideran cestas con mucha cantidad de mantequilla y poca de mermelada o con poca de mantequilla y mucha de mermelada. En definitiva, las preferencias son estrictamente convexas y traducen que el consumidor prefiere la variedad en el consumo antes que la especialización. La función de utilidad que representa esta clase de preferencias es de tipo Cobb-Douglas (bienes sustitutivos imperfectos o complementarios imperfectos). ■

Práctica 2.11

Si las preferencias de un individuo se representan numéricamente mediante la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$ y $\alpha > \beta$ ($\alpha < \beta$), la RMS del bien 2 por el bien 1 es superior (inferior) a 1 en las cestas en las que $x_1 = x_2$. ¿Cuál es la intuición económica de este resultado?

© Ediciones Pirámide

Respuesta

Por definición, la RMS es la tasa a la que el consumidor está dispuesto a intercambiar un bien por otro con tal de mantener constante su nivel de utilidad. Como tal, mide la valoración de un bien en términos del otro. Dado que en el presente caso la RMS del bien 2 por el bien 1 es $\frac{\alpha}{\beta}\frac{x_2}{x_1} = \frac{\alpha}{\beta}$, el parámetro α mide la intensidad de las preferencias hacia el bien 1 y el parámetro β mide la intensidad hacia el bien 2. Por lo tanto, si los valores de los parámetros son tales que $\alpha > \beta$, en las preferencias del consumidor pesa más el bien 1 que el bien 2, debido a que tiene más valor relativo para el consumidor que el bien 2 ($RMS_1^2 > 1$). Entonces, a partir de una cesta que contiene la misma cantidad de ambos bienes, el consumidor renuncia a más de una unidad del bien 2 para aumentar el consumo del bien 1 en una unidad y mantener constante el nivel de utilidad. Lo contrario sucede si $\alpha < \beta$. ■

Práctica 2.12

Considere el siguiente orden de preferencias llamado orden *lexicográficas*: una cesta $A = \left(x_1^A, x_2^A\right)$ es preferida lexicográficamente a otra cesta $B = \left(x_1^B, x_2^B\right)$, $A \succcurlyeq_L B$, si $x_1^A > x_1^B$ o bien, cuando $x_1^A = x_1^B$, si $x_2^A > x_2^B$, es decir, siempre que contenga mayor cantidad del bien 1 (independientemente de la cantidad del bien 2) o, si la cantidad del bien 1 es igual en las dos cestas, siempre que la cantidad del bien 2 en la cesta A sea mayor que en la cesta B. Demuestre que no es posible encontrar una función de utilidad que represente numéricamente estas preferencias.

Respuesta

Esta relación de preferencias es completa, reflexiva y transitiva. Sin embargo, no es continua, razón por la cual no existe función de utilidad que la describa numéricamente. Para demostrar que no es continua, tomemos la cesta $A = \left(x_1^A, x_2^A\right)$ y consideremos cestas como $A + \Delta A = \left(x_1^A + \Delta x_1, x_2^A - \Delta x_2\right)$, donde Δx_1 y Δx_2 son incrementos positivos en las cantidades consumidas de los bienes 1 y 2, respectivamente, de la cesta A. Entonces, es evidente que $A + \Delta A \succ_L A$. Si tomamos la secuencia infinita de cestas cuyo término n-ésimo es

$$A_n = \left(x_1^A + \tfrac{1}{n}\Delta x_1, x_2^A - \Delta x_2\right), n = 1, 2, \ldots \tag{2.29}$$

© Ediciones Pirámide

es evidente que $A_n \succ_L A$, para todo n. Ahora bien, el límite de la sucesión (2.29) es

$$\lim_{n\to\infty} A_n = \left(x_1^A, x_2^A - \Delta x_2\right)$$

y se trata de una cesta que no es lexicográficamente preferida a la cesta A (sino lexicográficamente despreferida) como debería suceder si hubiese continuidad.

Que el orden lexicográfico no es continuo también se comprueba, de forma alternativa, representando el conjunto preferido a una determinada cesta A. En efecto, como se puede apreciar en la figura 2.43

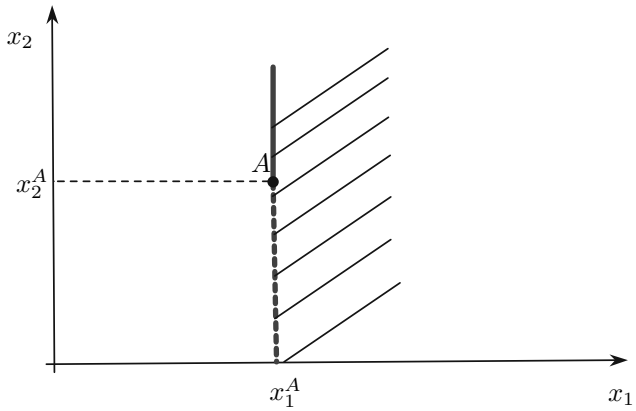

Figura 2.43. El conjunto preferido en términos lexicográficos a la cesta A.

este conjunto no es abierto ni cerrado, de modo que el axioma de continuidad no se verifica.[10] Desde un punto de vista más intuitivo podemos decir que la falta de continuidad en el orden de preferencias lexicográficas se traduce en que dos cestas casi idénticas, en el sentido de que difieren muy poco entre sí en cuanto a las cantidades que contienen de los bienes, pueden estar, sin embargo, muy lejos una de la otra en la valoración del individuo.[11] ■

[10] El conjunto despreferido a la cesta A, que es el complementario al representado en la figura 2.43, tampoco es abierto ni cerrado.

[11] Igual que dos palabras como lechuga y pechuga que solo se diferencian en una letra (la primera) y, sin embargo, están muy separadas una de la otra en la ordenación léxica que hace de ellas el diccionario.

© Ediciones Pirámide

Práctica 2.13

Ana tiene una renta m para adquirir los bienes que consume. Sus preferencias sobre dichos bienes son las representadas por la función de utilidad $u(x_1, z) = \sqrt{x_1} + z$, donde x_1 indica la cantidad que consume del bien 1 y z indica la cantidad de renta que, una vez adquirido el bien 1, le queda para comprar otros bienes distintos del bien 1. Su hermana Paula también tiene una renta m para consumir bienes y su función de utilidad es $u(x_1, z) = \ln(x_1 + 1) + z$, donde x_1 indica la cantidad que consume del bien 1 y z la renta que le queda para comprar los otros bienes una vez que ha comprado el bien 1.

(a) Determine la disposición total (o disposición máxima) a pagar de cada una de estas consumidoras por el bien 1.

(b) Determine la disposición marginal a pagar que tiene cada una por el bien 1.

Respuesta

(a) La disposición máxima a pagar $R(x_1)$ de un individuo por consumir una determinada cantidad, x_1, del bien 1 es la cantidad máxima que estaría dispuesto a pagar por consumir dicha cantidad antes que dejar de consumirla. Es evidente que estará pagando el máximo si queda indiferente entre consumir x_1 del bien 1 pagando por ello $R(x_1)$ y no consumir nada del bien 1 dedicando entonces toda su renta al consumo del resto de bienes. Formalmente,

$$u(x_1, z) - R(x_1) = u(0, m) \tag{2.30}$$

Si, por el contrario, $u(x_1, z) - \overline{R}(x_1) > u(0, m)$, el consumidor estaría dispuesto a pagar una cantidad mayor que $\overline{R}(x_1)$, mientras que si $u(x_1, z) - \widetilde{R}(x_1) < u(0, m)$, entonces $\widetilde{R}(x_1)$ estaría por encima de su disposición máxima a pagar.

Cuando la utilidad es cuasilineal, la condición (2.30) se puede escribir como

$$u(x_1, m - R(x_1)) = u(0, m)$$

© Ediciones Pirámide

o, lo que es lo mismo, como

$$u\left(x_1\right)+m-R(x_1)=u(0)+m$$

y suponiendo que $u\left(0\right)=0$, entonces $R(x_1)=u(x_1)$, lo cual significa que la disposición máxima a pagar del individuo por una determinada cantidad del bien es justamente la utilidad que le reporta el consumo de dicha cantidad. Así, en el caso de Ana, resulta $R(x_1)=\sqrt{x_1}$ y, en el caso de Paula, $R(x_1)=\ln\left(x_1+1\right)$. Por lo tanto, la disposición máxima a pagar de Ana es mayor que la de Paula, tal y como queda representado gráficamente en la figura 2.44.

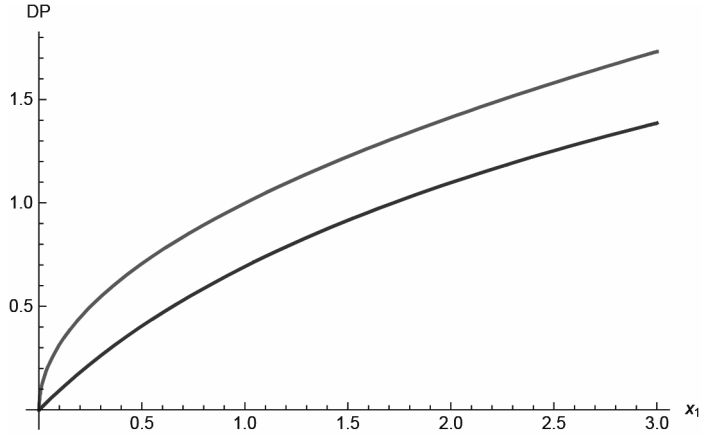

Figura 2.44. Disposición máxima a pagar de Ana (curva superior) y de Paula (curva inferior) por el bien 1.

(b) La disposición marginal a pagar es el cambio que se produce en la disposición máxima a pagar como consecuencia de una variación infinitesimal (marginal) de la cantidad consumida. Por lo tanto, la disposición marginal a pagar de Ana por el bien 1 es

$$\frac{\partial R(x_1)}{\partial x_1}=\frac{1}{2\sqrt{x_1}}$$

y la de Paula es

$$\frac{\partial R(x_1)}{\partial x_1}=\frac{1}{x_1+1}$$

Estas disposiciones marginales a pagar quedan representadas gráficamente en la figura 2.45.

© Ediciones Pirámide

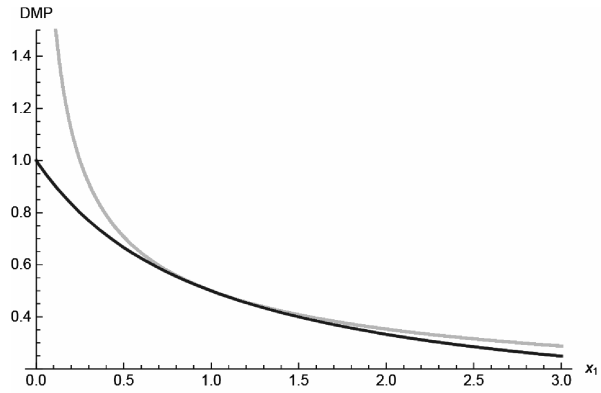

Figura 2.45. Disponibilidad marginal a pagar de Ana (curva de color claro) y de Paula (curva de color oscuro) por el bien 1.

En definitiva, Ana tiene mayor disposición máxima a pagar por el bien 1 que Paula y también mayor disposición marginal a pagar. ■

Práctica 2.14

En esta práctica se analiza la interpretación de la relación marginal de sustitución entre bienes en la esfera del consumo, tanto en términos discretos como continuos.

(a) Consideremos las preferencias representadas por la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{3}{4}} x_2^{\frac{1}{4}}$. En este caso, $RMS_1^2 = \frac{3x_2}{x_1}$. Entonces, si evaluamos la RMS del bien 2 por el bien 1 en la cesta $A = (x_1, x_2) = (1, 81)$, resulta $RMS_1^2 = \frac{3 \times 81}{1} = 243$. ¿Significa esto que el consumidor está dispuesto a renunciar a 243 unidades del bien 2 para tener una unidad más del bien 1 y alcanzar el mismo nivel de utilidad que en la cesta $A = (1, 81)$?

(b) ¿Cuándo coincide la RMS definida en términos discretos con la RMS definida en términos continuos y evaluada en cada cesta de consumo?

(c) ¿Qué sucede si tenemos preferencias por bienes complementarios perfectos en lugar de preferencias Cobb-Douglas?

© Ediciones Pirámide

Respuesta

(a) No, porque el consumidor ni siquiera dispone de 243 unidades del bien 2 para poder intercambiarlas por una unidad adicional del bien 1 (de hecho, en la cesta A solo tiene 81 unidades del bien 2). Para analizar e interpretar la tasa de sustitución en términos discretos y no continuos, es preciso tener en cuenta que la utilidad que reporta la cesta A es $u(1, 81) = 3$; entonces, para que esta persona esté indiferente entre consumir la cesta $(2, x_2)$ y consumir la cesta $(1, 81)$ debe cumplirse la condición $u(2, x_2) = 3$, es decir,

$$2^{\frac{3}{4}} x_2^{\frac{1}{4}} = 3$$

con lo cual $x_2 = \frac{81}{8} = 10{,}12$ y, por lo tanto, la nueva cesta indiferente a la cesta A es la cesta $B = (2; 10{,}12)$. Este consumidor está dispuesto a intercambiar $81 - 10{,}12 = 70{,}88$ unidades del bien 2 (71 unidades, para redondear) para poder consumir una unidad más del bien 1 y obtener el mismo nivel de utilidad que en la cesta A. Acabamos de hacer un análisis discreto de la tasa marginal de sustitución entre el bien 2 y el bien 1, en el sentido de que identificamos la cantidad del bien 2 que esta persona está dispuesta a dejar de consumir para poder consumir una unidad adicional del bien 1 y seguir obteniendo la misma utilidad. Y podemos seguir con este razonamiento para encontrar la cesta que, teniendo una unidad más del bien 1 que la cesta B, es indiferente a la cesta B (y, por lo tanto, también a la cesta A).

Dada la nueva cesta $B = (2; 10{,}12)$ la cesta indiferente a esta y con una unidad más del bien 1 se deriva a partir de la condición

$$3^{\frac{3}{4}} x_2^{\frac{1}{4}} = 3$$

de donde se obtiene $x_2 = \frac{81}{27} = 3$. La nueva cesta indiferente a la cesta B (e indiferente también a la cesta A) es, pues, la cesta $C = (3, 3)$. El consumidor intercambia 7,12 unidades del bien 2 (digamos 7 unidades) por una unidad del bien 1.

Podemos seguir. A partir de la cesta $C = (3, 3)$, el consumidor resuelve la ecuación $4^{\frac{3}{4}} x_2^{\frac{1}{4}} = 3$ para encontrar una cesta que, siendo indiferente a la cesta C, contiene una unidad más del bien 1 que la cesta C (o, lo que es lo mismo, una cesta indiferente a la cesta B y que contiene dos unidades más

© Ediciones Pirámide

del bien 1 que la cesta B). Esto da lugar a

$$x_2 = \frac{81}{64} = 1{,}27$$

La nueva cesta indiferente es, pues, la cesta $D = (4; 1{,}27)$ y, por lo tanto, el consumidor está dispuesto a renunciar a $3 - 1{,}27 = 1{,}73$ unidades del bien 2 a cambio de tener una unidad adicional del bien 1 y pasar así a consumir la cesta $D = (4; 1{,}27)$. La figura 2.46 ilustra de forma gráfica este análisis en términos discretos.

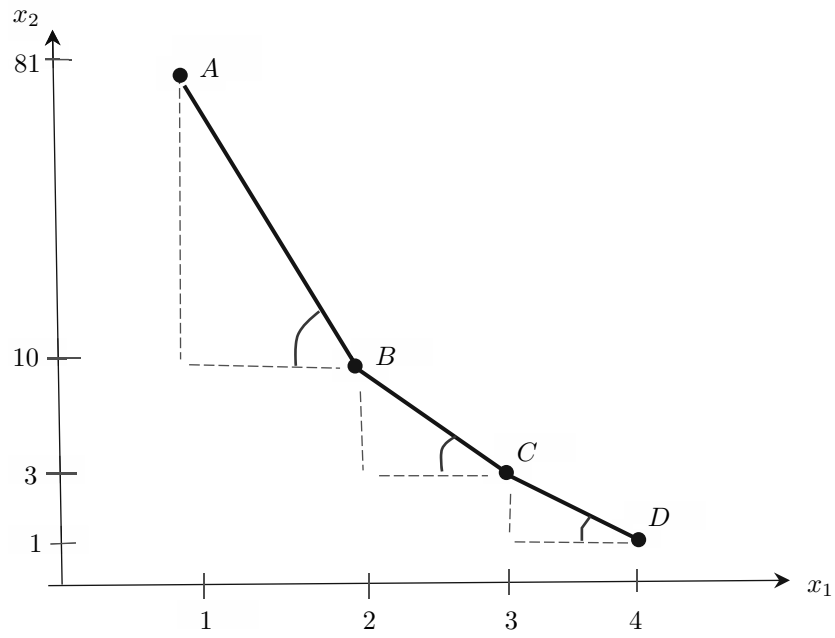

Figura 2.46. La tasa marginal de sustitución del bien 2 por el bien 1 en términos discretos.

Estos valores aparecen resumidos en la primera fila de la matriz de la tabla 2.2, mientras que si evaluamos directamente la expresión de la RMS_1^2 en cada cesta de consumo objeto de análisis obtenemos los valores de la segunda fila de la tabla 2.2, que como se puede comprobar nada tienen que ver con los del análisis discreto.

© Ediciones Pirámide

Tabla 2.2. Discrepancia entre el análisis discreto y continuo de la RMS.

	$A = (1, 81)$	$B = (2; 10,125)$	$C = (3, 3)$	$D = (4; 1,266)$
Análisis discreto	70,875	7,125	1,734	0,62
Evaluación de la RMS en la cesta	243	15	9	3/4

Si en lugar de tener esta función de utilidad utilizamos cualquier transformación monótona creciente de la misma como, por ejemplo, la logarítmica, $u(x_1, x_2) = \frac{3}{4}\ln x_1 + \frac{1}{4}\ln x_2$, los resultados no varían. En efecto, la cesta $A = (1, 81)$ proporciona la utilidad $u(1, 81) = 1{,}0986$, por lo que la nueva cesta indiferente será una cesta $(2, x_2)$ tal que

$$1{,}0986 = \frac{3}{4}\ln 2 + \frac{1}{4}\ln x_2$$

con lo cual $x_2 = 10{,}13$. La nueva cesta indiferente a la cesta A es, pues, la cesta $B = (2; 10{,}13)$ y el análisis prosigue en los mismos términos que con la función de utilidad original.

¿Por qué la evaluación en cada cesta de la expresión (continua) de la RMS_1^2 no mide exactamente la cantidad del bien 2 que se puede intercambiar por una unidad del bien 1 para mantener la utilidad? Porque tenemos CI y, dado que la RMS es la pendiente de la curva en cada punto o cesta de consumo (pendiente puntual), este valor no coincide con la tasa de intercambio discreta que estamos considerando y que, en realidad, es la pendiente-arco en cada cesta de consumo.

(b) Ambas valoraciones coinciden cuando el aumento en x_1 es de cuantía infinitesimal o marginal, pero no discreta (una unidad). En efecto, dada la cesta $A = (1, 81)$, si en lugar de suponer que la cantidad consumida del bien 1 aumenta en una unidad, suponemos que aumenta en media unidad, la nueva cesta indiferente a la cesta A será la cesta $(1{,}5; 24)$, con lo cual el consumidor cambia $81 - 24 = 57$ unidades del bien 2 por media unidad adicional del bien 1, es decir, $\frac{57}{\frac{1}{2}} = 114$. Si la cantidad consumida del bien 1 aumenta en un cuarto de unidad, la cesta indiferente a A sería la cesta $(1{,}25; 41{,}47)$, con lo cual se cambian $81 - 41{,}47 = 39{,}53$ unidades del bien 2 por un cuarto de unidad más del bien 1, es decir, $\frac{39{,}53}{\frac{1}{4}} = 158{,}11$. Pues bien, a medida que $\Delta x_1 \to 0$, la cantidad del bien 2 que en la cesta $A = (1, 81)$ se intercambia por este Δx_1 se va aproximando a 243.

© Ediciones Pirámide

El enfoque continuo de la RMS_1^2 coincide con la aproximación discreta solo cuando las CI son rectilíneas. Sea, por ejemplo, la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. En este caso, $RMS_1^2(x_1, x_2) = 1$, con lo cual si hacemos un análisis discreto, resulta que en la cesta $A = (1, 81)$, que proporciona la utilidad $u = 82$, la cantidad del bien 2 intercambiable por una unidad más del bien 1 para mantener constante la utilidad es la que satisface la condición

$$u(2,\ x_2) = 2 + x_2 = 82 = u(1, 81)$$

con lo cual $x_2 = 80$ y, por lo tanto, la nueva cesta indiferente a la cesta A es la cesta $B = (2, 80)$. Entonces el consumidor está dispuesto a ceder una unidad del bien 2 a cambio de consumir una unidad adicional del bien 1. Ahora bien, este valor también lo proporciona la expresión genérica de la RMS_1^2 evaluada en la cesta $(1, 81)$, ya que $RMS_1^2(1, 81) = 1$. A su vez, en la cesta $B = (2, 80)$, de la condición

$$u(3,\ x_2) = 3 + x_2 = 82 = u(2, 80)$$

resulta $x_2 = 79$, con lo cual la nueva cesta indiferente es $C = (3, 79)$, es decir, intercambio $80 - 79 = 1$ unidad del bien 2 por una unidad del bien 1. Y en términos continuos, la expresión de la RMS del bien 2 por el bien 1 evaluada en la cesta $B = (2, 80)$ también es 1.

(c) En el caso de bienes complementarios perfectos, como por ejemplo los representados por la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$, las CI son las dibujadas en la figura 2.47.

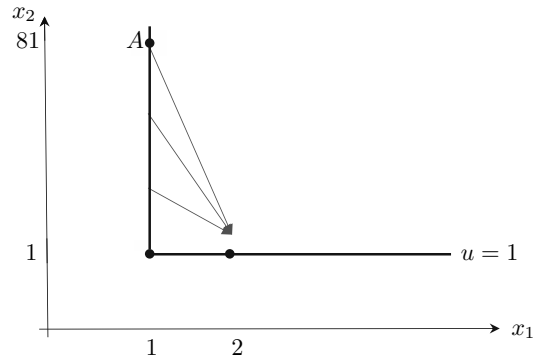

Figura 2.47. El caso de preferencias por bienes complementarios perfectos.

© Ediciones Pirámide

Consideremos, una vez más, la cesta $A = (1, 81)$ y la CI que pasa por ella. En el tramo vertical de esta CI el consumidor está dispuesto a ceder cualquier número de unidades del bien 2 igual o menor que 80, $x_2 \in (0, 80)$, pidiendo a cambio 0 unidades adicionales del bien 1. Por lo tanto, cualquier número dividido por 0 es lo que da lugar al valor infinito de la RMS_1^2. Pero también es posible

$$u(2, x_2) = 1 = u(1, 81)$$

con lo cual la cantidad consumida del bien 2 tiene que ser necesariamente $x_2 = 1$, es decir, el consumidor estaría dispuesto a cambiar $81 - 1 = 80$ unidades del bien 2 por una unidad del bien 1 (o por dos unidades del bien 1 o por tres...)

Por último, en el tramo horizontal de la CI ocurre lo siguiente. La cesta $(2, 1)$ proporciona la utilidad $u = 1$, por lo que

$$1 = \min\{3, x_2\}$$

y x_2 tiene que ser $x_2 = 1$, con lo cual $1 - 1 = 0$. En este tramo sucede, pues, que $RMS_1^2 = 0$ y, por lo tanto, su valor coincide con el que proporciona la aproximación discreta. ■

Práctica 2.15

Dada la función de utilidad Cobb-Douglas $u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$, con $\alpha, \beta > 0$, verifique que la RMS del bien 2 por el bien 1 decreciente es compatible con la utilidad marginal de los bienes decreciente, constante o creciente.

Respuesta

Teniendo en cuenta que, por definición, $RMS_1^2 = \frac{u_1}{u_2} = \frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$, resulta

$$\frac{\partial RMS_1^2}{\partial x_1} = -\frac{\alpha x_2}{\beta x_1^2} \tag{2.31}$$

y (2.31) es negativo siempre que $\alpha, \beta > 0$, por lo que la RMS del bien 2 por el bien 1 es decreciente cuando $\alpha, \beta > 0$. Sin embargo, la utilidad marginal de los

© Ediciones Pirámide

bienes 1 y 2,

$$u_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta} \text{ y } u_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2} = \beta x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1}$$

respectivamente, es tal que

$$u_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \alpha(\alpha-1) x_1^{\alpha-2} x_2^{\beta}$$

y

$$u_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \beta(\beta-1) x_1^{\alpha} x_2^{\beta-2}$$

Es decir, si $\alpha < 1$ y $\beta < 1$, entonces la utilidad marginal de cada uno de los bienes es decreciente; si $\alpha = 1$ y $\beta = 1$, es constante; y si $\alpha > 1$ y $\beta > 1$, entonces es creciente. Obviamente, si $\alpha < 1$ y $\beta = 1$, la utilidad marginal del bien 1 es decreciente y la del bien 2 es constante; si $\alpha < 1$ y $\beta > 1$, la utilidad marginal del bien 1 es decreciente y la del bien 2 es creciente, etc. ■

Práctica 2.16

Considere un consumidor cuyo orden de preferencias es el representado numéricamente por la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \min\{x_1 + 2x_2, 2x_1 + x_2\}$. Represente la CI con las cestas que proporcionan el nivel de utilidad $u = 10$.

Respuesta

Esta función de utilidad es una mezcla de una función de utilidad Leontief y una función de utilidad de bienes sustitutivos perfectos. A partir de la condición

$$x_1 + 2x_2 = 2x_1 + x_2$$

es decir,

$$x_2 = x_1$$

la CI requerida es la dada por la expresión

$$10 = \min\{x_1 + 2x_2, 2x_1 + x_2\}$$

y, en la figura 2.48

© Ediciones Pirámide

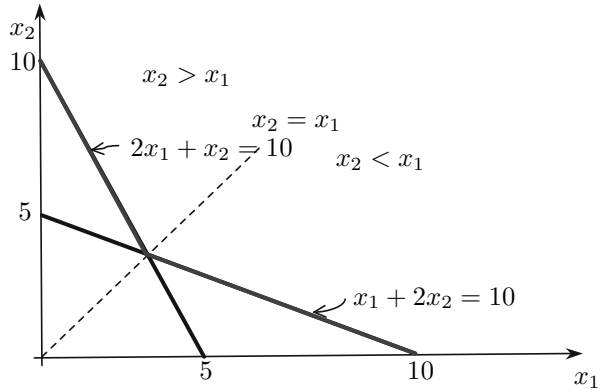

Figura 2.48. La CI de nivel de utilidad 10.

queda representada por la línea quebraba que va de la cesta $(0, 10)$ a la cesta $(10, 0)$. ■

Práctica 2.17

Paula y Matilda son dos buenas amigas que siempre desayunan juntas. Paula toma dos zumos de naranja (bien 1) y tres sobres de café soluble (bien 2) diluidos en medio vaso de leche (bien 3). Matilda toma un zumo de naranja (bien 1), medio sobre de café (bien 2) diluido en dos vasos de leche (bien 3) y tres tostadas de pan (bien 4). Represente numéricamente las preferencias de cada una de ellas.

Respuesta

Paula consume dos unidades del bien 1 acompañadas de tres unidades del bien 2 y, por lo tanto, su función de utilidad sería

$$u(x_1, x_2) = \min\ \{3x_1, 2x_2\} \tag{2.32}$$

si solo consumiese estos dos bienes (efectivamente, la igualdad $3x_1 = 2x_2$ refleja la proporción indicada, ya que $x_1 = 2$ implica $x_2 = 3$). Por otra parte, consume tres unidades del bien 2 junto con media unidad del bien 3, con lo cual

$$u(x_2, x_3) = \min\ \left\{\tfrac{1}{2}x_2, 3x_3\right\} \tag{2.33}$$

© Ediciones Pirámide

sería la función de utilidad si solo consumiese estos dos bienes (efectivamente, $\frac{1}{2}x_2 = 3x_3$ refleja la proporción indicada, ya que cuando $x_3 = 1/2$, entonces $x_2 = 3$). Por último, consume dos unidades del bien 1 junto con media unidad del bien 3, por lo que su función de utilidad sería

$$u(x_1, x_3) = \min\left\{\tfrac{1}{2}x_1, 2x_3\right\} \tag{2.34}$$

si solo consumiese estos dos bienes (efectivamente, $\frac{1}{2}x_1 = 2x_3$ representa la proporción en la que los consume, ya que $x_1 = 2$ implica $x_3 = 1/2$).

Si multiplicamos por 4 la expresión (2.33) para que la cantidad consumida del bien 1 coincida con la de la expresión (2.32), entonces (2.33) se puede reescribir como $u(x_2, x_3) = \min\{2x_2, 12x_3\}$. Del mismo modo, si multiplicamos por 6 la expresión (2.34) para que la cantidad del bien 1 coincida con la de (2.32), la expresión (2.34) pasa a ser $u(x_1, x_3) = \min\{3x_1, 12x_3\}$.

Finalmente, teniendo en cuenta (2.32) y las nuevas expresiones de (2.33) y (2.34), concluimos que las preferencias de Paula pueden representarse numéricamente mediante la función de utilidad

$$u(x_1, x_2, x_3) = \min\{3x_1, 2x_2, 12x_3\}$$

o mediante cualquier transformación monótona creciente de la misma.

Matilda consume una unidad del bien 1 junto con media unidad del bien 2, por lo que su función de utilidad sería

$$u(x_1, x_2) = \min\left\{\tfrac{1}{2}x_1, x_2\right\} \tag{2.35}$$

si solo consumiese estos dos bienes (efectivamente, $\frac{1}{2}x_1 = x_2$ refleja la proporción indicada, ya que $x_2 = \frac{1}{2}$ implica $x_1 = 1$). Al mismo tiempo, consume media unidad del bien 2 acompañada de dos unidades del bien 3, lo cual implica que su función de utilidad sería

$$u(x_2, x_3) = \min\left\{2x_2, \tfrac{1}{2}x_3\right\} \tag{2.36}$$

si solo consumiese estos dos bienes (efectivamente, $x_2 = \frac{1}{4}x_3$ indica la mencionada proporción, ya que si $x_3 = 2$, entonces $x_2 = 1/2$). Asimismo, consume dos unidades del bien 3 junto con tres unidades del bien 4 y, en consecuencia, su función de utilidad sería

$$u(x_3, x_4) = \min\{3x_3, 2x_4\} \tag{2.37}$$

© Ediciones Pirámide

si solo consumiese estos dos bienes. Siguiendo con este razonamiento, resulta

$$u(x_1, x_3) = \min\ \{2x_1, x_3\} \tag{2.38}$$

$$u(x_1, x_4) = \min\ \{3x_1, x_4\} \tag{2.39}$$

y

$$(x_2, x_4) = \min\ \left\{3x_2, \tfrac{1}{2}x_4\right\} \tag{2.40}$$

Si tomamos la máxima cantidad del bien 4, que es $2x_4$ de acuerdo con (2.37), entonces (2.39) se puede reescribir como

$$u(x_1, x_4) = \min\ \{6x_1, 2x_4\} \tag{2.41}$$

Ahora tenemos $6x_1$ en (2.41), con lo cual para que se mantenga $6x_1$ en (2.35), debemos multiplicar (2.35) por 12 y resulta

$$u(x_1, x_2) = \min\ \{6x_1, 12x_2\}. \tag{2.42}$$

Por último, para que se mantenga $12x_2$ en (2.36), debemos reescribir (2.36) como

$$u(x_2, x_3) = \min\ \{12x_2, 3x_3\} \tag{2.43}$$

Teniendo en cuenta (2.37), (2.41), (2.42) y (2.43), llegamos a

$$u(x_1, x_2, x_3, x_4) = \min\ \{6x_1, 12x_2, 3x_3, 2x_4\}$$

o cualquier transformación creciente de esta función como representación numérica de las preferencias de Matilda. ■

© Ediciones Pirámide